Gemengde opgaven

9 Exponentiële verbanden

Bladzijde 210

1 **a** $\frac{11,4}{10,0} = 1,14$ $\frac{13,0}{11,4} \approx 1,14$ $\frac{14,1}{13,0} \approx 1,08$ $\frac{14,9}{14,1} \approx 1,08$ $\frac{15,9}{14,9} \approx 1,07$ $\frac{16,6}{15,9} \approx 1,04$

De quotiënten zijn niet bij benadering gelijk, dus geen exponentiële groei.

$\frac{3,08}{2,38} \approx 1,29$ $\frac{4,00}{3,08} \approx 1,30$ $\frac{4,93}{4,00} \approx 1,23$ $\frac{5,91}{4,93} \approx 1,20$ $\frac{7,16}{5,91} \approx 1,21$ $\frac{8,51}{7,16} \approx 1,19$

Ook het aantal woningen is niet exponentieel gegroeid.

b

jaar	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
P	4,20	3,70	3,25	2,86	2,52	2,22	1,95

c $\frac{3,70}{4,20} \approx 0,88$ $\frac{3,25}{3,70} \approx 0,88$ $\frac{2,86}{3,25} = 0,88$ $\frac{2,52}{2,86} \approx 0,88$ $\frac{2,22}{2,52} \approx 0,88$ $\frac{1,95}{2,22} \approx 0,88$

De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus exponentiële afname.
De formule is $P = 4,20 \cdot 0,88^t$.

d Los op $4,20 \cdot 0,88^t = 2$.
Voer in $y_1 = 4,20 \cdot 0,88^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x \approx 5,80$.
Bij $t = 5,80$ hoort het jaar $1950 + 58 = 2008$.

2 **a** Stel $N = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 5 \text{ en } N = 10,9 \\ t = 30 \text{ en } N = 6,8 \end{array}\right\} g_{25\text{ jaar}} = \frac{6,8}{10,9}$$

$$g_{\text{jaar}} = \left(\frac{6,8}{10,9}\right)^{\frac{1}{25}} = 0,9813...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0,9813...^t \\ t = 5 \text{ en } N = 10,9 \end{array}\right\} b \cdot 0,9813...^5 = 10,9$$

$$b = \frac{10,9}{0,9813...^5} \approx 12,0$$

Dus $N = 12,0 \cdot 0,981^t$.

b Bij 2010 hoort $t = 40$.
$t = 40$ geeft $N = 12,0 \cdot 0,981^{40} \approx 5,6$.
Dus nog 5,6 miljoen broedparen.

c Bij 1960 hoort $t = -10$.
$t = -10$ geeft $N = 12,0 \cdot 0,981^{-10} \approx 14,5$.
Dus in 1960 waren er 14,5 miljoen broedparen.

d Los op $0,981^t = 0,5$.
Voer in $y_1 = 0,981^x$ en $y_2 = 0,5$.
Intersect geeft $x \approx 36$.
De halveringstijd is 36 jaar.

e Los op $12 \cdot 0,981^t = 4$.
Voer in $y_1 = 12 \cdot 0,981^x$ en $y_2 = 4$.
Intersect geeft $x \approx 68,1$.
Dus in 2038.

3 **a** Op 1 januari 1950 is $t = 0$ en $N = 18\,571$.
Op 1 januari 1960 is $t = 10$ en $N = 31\,161$.
Tussen 1 januari 1950 en 1 januari 1960 zijn er $31\,161 - 18\,571 = 12\,590$ inwoners bij gekomen.
Op 1 januari 1970 is $t = 20$ en $N = 44\,166$.
Tussen 1 januari 1960 en 1 januari 1970 zijn er $44\,166 - 31\,161 = 13\,005$ inwoners bij gekomen.

b Als t toeneemt, dan neemt $0{,}92^t$ af, dus neemt $1 + 2{,}5 \cdot 0{,}92^t$ af en dan neemt $\dfrac{65\,000}{1 + 2{,}5 \cdot 0{,}92^t}$ toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

c Als t heel groot is, is $2{,}5 \cdot 0{,}92^t \approx 0$ en $1 + 2{,}5 \cdot 0{,}92^t \approx 1$. Dus dan is $N \approx \dfrac{65\,000}{1} \approx 65\,000$.
Het verzadigingsniveau is 65 000 inwoners.

d Vanaf 2010 zal het aantal inwoners niet veel meer toenemen.
Voor $t = 60$ is $N \approx 63\,926$ en de grenswaarde is 65 000.

e Los op $\dfrac{65\,000}{1 + 2{,}5 \cdot 0{,}92^t} = 50\,000$.

Voer in $y_1 = \dfrac{65\,000}{1 + 2{,}5 \cdot 0{,}92^x}$ en $y_2 = 50\,000$.
Intersect geeft $x \approx 25{,}43$.
0,43 jaar ≈ 5,1 maanden.
Bij $t = 25{,}43$ hoort dus juni 1975.

Bladzijde 211

4 **a** Stel $C_1 = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta C_1}{\Delta t} = \dfrac{30 - 350}{11 - 6} = -64$.

$$\left.\begin{array}{l} C_1 = -64t + b \\ t = 6 \text{ en } C_1 = 350 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -64 \cdot 6 + b = 350 \\ -384 + b = 350 \\ b = 734 \end{array}$$

Dus $C_1 = -64t + 734$.

b Stel $C_2 = b \cdot g^t$.
$g_{10\text{ jaar}} = 0{,}155$, dus $g_{\text{jaar}} = 0{,}155^{\frac{1}{10}} = 0{,}8299...$

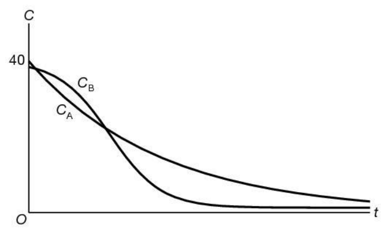
$$\left.\begin{array}{l} C_2 = b \cdot 0{,}8299...^t \\ t = 6 \text{ en } C_2 = 40 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 0{,}8299...^6 = 40 \\ b = \dfrac{40}{0{,}8299...^6} \approx 122 \end{array}$$

Dus $C_2 = 122 \cdot 0{,}830^t$.

c Los op $0{,}89^t = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}89^x$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x \approx 5{,}95$.
De halveringstijd is ongeveer 6 dagen.

d Als t toeneemt, dan neemt $0{,}55^t$ af en ook $20 + 480 \cdot 0{,}55^t$ neemt af. Dan neemt $\dfrac{774}{20 + 480 \cdot 0{,}55^t}$ toe
en dus neemt $40 - \dfrac{774}{20 + 480 \cdot 0{,}55^t}$ af.
De grafiek van C_B is dus dalend.

e Voer in $y_1 = 40 \cdot 0{,}89^x$ en $y_2 = 40 - \dfrac{774}{20 + 480 \cdot 0{,}55^t}$.



Intersect geeft $x = 0{,}437...$ en $x = 5{,}0431...$
C_A is kleiner dan C_B gedurende $5{,}0431... - 0{,}437... = 4{,}606...$ dagen.
Dat is dus 4 dagen en 15 uur.

Bladzijde 212

5 **a** Tot 21 mei zijn 20 dagen en vanaf 21 mei zijn 11 dagen.
Bij 5% toename hoort groeifactor 1,05 en bij 8% afname hoort groeifactor 0,92.
$1000 \cdot 1{,}05^{20} \cdot 0{,}92^{11} \approx 1060$ bacteriën.

b Los op $1000 \cdot 1{,}05^{20} \cdot g^{11} = 1000$.
Voer in $y_1 = 1000 \cdot 1{,}05^{20} \cdot x^{11}$ en $y_2 = 1000$.
Intersect geeft $x \approx 0{,}9151$.
Dus een afname van 8,49%.

c Los op $1000 \cdot 1{,}05^n \cdot 0{,}90^{31-n} = 1000$.
Voer in $y_1 = 1000 \cdot 1{,}05^x \cdot 0{,}90^{31-x}$ en $y_2 = 1000$.
Intersect geeft $x \approx 21{,}19$.
De overgang vindt dus plaats op 22 mei.

6 **a** Stel $N = b \cdot g^t$.
$g_{3\text{ jaar}} = 0{,}27$, dus $g_{3\text{ jaar}} = 0{,}27^{\frac{1}{3}} = 0{,}6463...$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}6463...^t \\ t = 7 \text{ en } N = 100 \end{array}\right\} b \cdot 0{,}6463...^7 = 100$$
$$b = \frac{100}{0{,}6463...^7} \approx 2122$$

Dus $N = 2120 \cdot 0{,}646^t$.

b Bij 1 juli 2012 hoort $t = 4{,}5$.
$t = 4{,}5$ geeft $N \approx 297$, dus ongeveer 300 vissen.
Bij 1 november 2009 hoort $t = 1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}$.
$t = 1\frac{5}{6}$ geeft $N \approx 952$, dus ongeveer 950 vissen.

c Los op $0{,}646^t = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}646^x$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x \approx 1{,}59$.
De halveringstijd is 1 jaar en 7 maanden (19 maanden).

d Voer in $y_1 = 2120 \cdot 0{,}646^x$ en $y_2 = 500$.
Intersect geeft $x \approx 3{,}31$.
Bij $t = 3{,}31$ hoort april 2011.

7 **a** Stel $C = b \cdot g^t$.
$g_{102\text{ jaar}} = \frac{3527}{218}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{3527}{218}\right)^{\frac{1}{102}} = 1{,}0276...$

$$\left.\begin{array}{l} C = b \cdot 1{,}0276...^t \\ t = 13 \text{ en } C = 218 \end{array}\right\} b \cdot 1{,}0276...^{13} = 218$$
$$b = \frac{218}{1{,}0276...^{13}} \approx 153$$

Dus $C = 153 \cdot 1{,}028^t$.

b Bij 1 januari 2000 hoort $t = 125$.
$t = 125$ geeft $C = 153 \cdot 1{,}028^{125} \approx 4829$.
Bij 1 januari 2001 hoort $t = 126$.
$t = 126$ geeft $C = 153 \cdot 1{,}028^{126} \approx 4964$.
In het jaar 2000 zijn er $4964 - 4829 = 135$ postzegels verschenen.

c Dat moet voor het jaar 2000 zijn gebeurd.
Voer in $y_1 = 153 \cdot 0{,}128^x$ en maak een tabel van bijvoorbeeld $t = 100$ tot $t = 125$ en kijk waar er voor het eerst 100 bij komt.
Je ziet:
voor $t = 114$ is $C = 3563{,}7$
voor $t = 115$ is $C = 3663{,}5$
voor $t = 116$ is $C = 3766{,}1$
Dus voor $t = 115$ tot $t = 116$ is er voor het eerst meer dan 100 bij gekomen.
Bij $t = 115$ hoort 1 januari 1990.
Dus in het jaar 1990.

Bladzijde 213

8 **a** $\frac{38{,}1}{56{,}1} \approx 0{,}68$ $\quad \frac{25{,}9}{38{,}1} \approx 0{,}68$ $\quad \frac{17{,}6}{25{,}9} \approx 0{,}68$ $\quad \frac{12}{17{,}6} \approx 0{,}68$ $\quad \frac{8{,}2}{12} \approx 0{,}68$
De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus er is sprake van een exponentieel verband.

b 3,8 cm ligt tussen 3,5 cm en 4,5 cm, dus gebruik als beginwaarde het percentage 25,9.
De groeifactor per cm is 0,68, dus bij een dikte van 3,8 cm dringt $25{,}9 \cdot 0{,}68^{0{,}3} \approx 23{,}1\%$ van het geluid door.

c Ga uit van $P = 8{,}2 \cdot 0{,}68^d$ met d in cm meer dan 6,5 cm.
Los op $8{,}2 \cdot 0{,}68^d = 5$.
Voer in $y_1 = 8{,}2 \cdot 0{,}69^x$ en $y_2 = 5$.
Intersect geeft $x \approx 1{,}3$.
De dikte van deze platen is 6,5 + 1,3 = 7,8 cm.

9 **a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 4 \text{ en } N = 400 \\ t = 8 \text{ en } N = 800 \end{array}\right\} g_{10 \text{ jaar}} = \frac{800}{400}$$

$$g_{\text{jaar}} = \left(\frac{800}{400}\right)^{\frac{1}{4}} = 1{,}1892...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1892...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 400 \end{array}\right\} b \cdot 1{,}1892...^4 = 400$$

$$b = \frac{400}{1{,}1892...^4} = 200$$

Dus $N = 200 \cdot 1{,}189^t$.

b 3319 ha = 33,19 km^2
Dus er waren toen $40 \cdot 33{,}19 \approx 1328$ damherten.
Los op $200 \cdot 1{,}189^t = 1328$.
Voer in $y_1 = 200 \cdot 1{,}189^x$ en $y_2 = 1328$.
Intersect geeft $x \approx 10{,}94$.
Het artikel verscheen dus in 2011.

Bladzijde 214

10 **a** $g_{35 \text{ weerkaatsingen}} = 0{,}90$, dus $g_{1 \text{ weerkaatsing}} = 0{,}90^{\frac{1}{35}} = 0{,}9969...$
$P_S = b \cdot g^n$ met $b = 100$ en $g = 0{,}997$ geeft $P_S = 100 \cdot 0{,}997^n$.

b $n = 15$ geeft $P_S = 95{,}6$, dus 95,6%.

c $n = 20$ geeft $P_S = 94{,}2$, dus er wordt 5,8% geabsorbeerd.

d $g_{7 \text{ weerkaatsingen}} = 0{,}75$, dus $g_{1 \text{ weerkaatsing}} = 0{,}75^{\frac{1}{7}} = 0{,}9597...$
$P_D = b \cdot g^n$ met $b = 100$ en $g = 0{,}960$ geeft $P_D = 100 \cdot 0{,}960^n$.

e $n = 25$ geeft $P_S \approx 92{,}8$ en $P_D \approx 36{,}0$.
Dus er valt $\frac{92{,}8}{36{,}0} \approx 2{,}6$ keer zoveel daglicht binnen.

f Los op $100 \cdot 0{,}960^n = 25$.
Voer in $y_1 = 100 \cdot 0{,}960^x$ en $y_2 = 25$.
Intersect geeft $x \approx 33{,}96$.
Dus na 34 weerkaatsingen.

10 Statistische variabelen

Bladzijde 215

11 **a** Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $\left[42{,}8 - 2 \cdot \frac{7{,}1}{\sqrt{30}}, 42{,}8 + 2 \cdot \frac{7{,}1}{\sqrt{30}}\right] \approx [40{,}21; 45{,}39]$.

b Nee, 45,1 ligt in het 95%-betrouwbaarheidsinterval, dus het werkelijke gemiddelde kan bij deze school ook 45,1 zijn.

c Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $\left[\overline{X} - 2 \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + 2 \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$.
De breedte van dit interval is $4 \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$.
Los op $4 \cdot \frac{7{,}1}{\sqrt{n}} = 3$.
Voer in $y_1 = 4 \cdot \frac{7{,}1}{\sqrt{x}}$ en $y_2 = 3$.
Intersect geeft $x \approx 89{,}6$.
Dus de steekproefomvang had minstens 90 moeten zijn.

12

	havo		vwo			
cijfer	perc.	cum. perc.	perc.	cum. perc.	*Vcp*	
1	1	1	0	0	1	
2	1	2	0	0	2	
3	4	6	0	0	6	
4	20	26	3	3	23	
5	45	71	19	22	49	← *max.Vcp*
6	17	88	21	43	45	
7	8	96	23	66	30	
8	3	99	18	84	15	
9	1	100	9	93	7	
10	0	100	7	100	0	

Omdat *max.Vcp* > 40 is het verschil groot.

Bladzijde 216

13 **a** geslacht en bijbaan
Beide variabelen zijn nominaal, want in de waarden van beide variabelen zit geen volgorde.

b Voor mannen met bijbaan is $\hat{p} = \frac{763}{1090} = 0{,}7$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0{,}7 \cdot 0{,}3}{1090}} = 0{,}0138...$
$\hat{p} - 2\sigma = 0{,}7 - 2 \cdot 0{,}0138... \approx 0{,}672$
$\hat{p} + 2\sigma = 0{,}7 + 2 \cdot 0{,}0138... \approx 0{,}728$
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,672; 0,728].

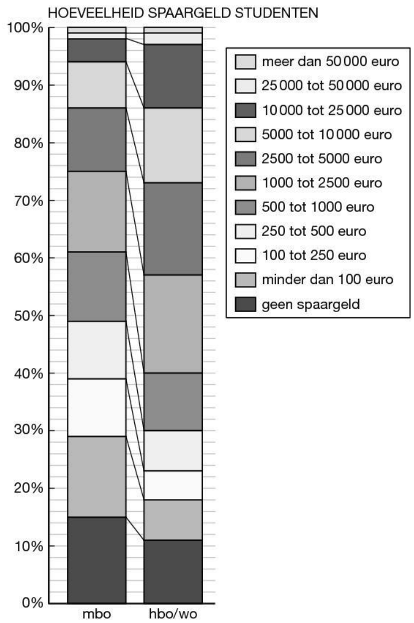
Voor vrouwen met bijbaan is $\hat{p} = \frac{1196}{1633} = 0{,}732...$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0{,}732... \cdot (1 - 0{,}732...)}{1633}} = 0{,}0109...$
$\hat{p} - 2\sigma = 0{,}732... - 2 \cdot 0{,}0109... \approx 0{,}710$
$\hat{p} - 2\sigma = 0{,}732... + 2 \cdot 0{,}0109... \approx 0{,}754$
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,710; 0,754].

De intervallen overlappen elkaar. Het kan dus goed zijn dat de proportie mannen met bijbaan en de proportie vrouwen met bijbaan gelijk is. De intervallen wijzen niet op een verschil.

c $phi = \frac{1200 \cdot 423 - 379 \cdot 721}{\sqrt{1921 \cdot 802 \cdot 1579 \cdot 1144}} \approx 0{,}14$
Omdat $-0{,}2 < phi < 0{,}2$ is het verschil gering.
$OR = \frac{1200 \cdot 423}{721 \cdot 379} \approx 1{,}86$
Omdat $OR < 2$ is het verschil gering.
$PV = \frac{1200}{1579} \times 100\% - \frac{721}{1144} \times 100\% \approx 13{,}0\%$
Omdat $PV \leq 15\%$ is het verschil gering.

d Bij zowel het mbo als het hbo/wo is de verdeling rechtsscheef.
Bij beide groepen is de mediaan dus kleiner dan het gemiddelde.

e Bepaal van alle klassen de *Vcp* of verbind de overeenkomstige klassen van beide groepen met lijnstukken. Het steilste lijnstuk hoort bij de klasse met de *max.Vcp*.
max.Vcp is de *Vcp* van de klasse 500 tot 1000.
max.Vcp = 61% − 40% = 21%.
Omdat 15% < *max.Vcp* ≤ 30% is het verschil middelmatig.



Bladzijde 217

14 **a** Beide variabelen zijn ordinaal.
b rationiveau
c Voor de strandwandelaars is $E = \dfrac{460 - 413}{\frac{1}{2}(59 + 71)} \approx 0{,}72$.
Omdat $0{,}4 < E \leq 0{,}8$ is dit verschil middelmatig.
Voor de wandelaars in het binnenland is $E = \dfrac{430 - 417}{\frac{1}{2}(61 + 82)} \approx 0{,}18$.
Omdat $E \leq 0{,}4$ is dit verschil gering.

Bladzijde 218

15 **a** Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor ziekenhuis A is
$\left[28{,}7 - 2 \cdot \dfrac{17{,}8}{\sqrt{288}}, 28{,}7 + 2 \cdot \dfrac{17{,}8}{\sqrt{288}}\right] \approx [26{,}6; 30{,}8]$.
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor ziekenhuis B is
$\left[37{,}7 - 2 \cdot \dfrac{25{,}6}{\sqrt{288}}, 37{,}7 + 2 \cdot \dfrac{25{,}6}{\sqrt{288}}\right] \approx [34{,}7; 40{,}7]$.
b Je kunt met 95% betrouwbaarheid zeggen dat bij A het gemiddelde aantal ligdagen in het interval [26,6; 30,8] ligt en bij B in het interval [34,7; 40,7]. Omdat deze intervallen elkaar niet overlappen is het niet waarschijnlijk dat het gemiddelde aantal ligdagen bij A hetzelfde is als bij B.
De intervallen wijzen dus op een verschil.
c $E = \dfrac{37{,}7 - 28{,}7}{\frac{1}{2}(25{,}6 + 17{,}8)} \approx 0{,}41$
Omdat $0{,}4 < E \leq 0{,}8$ concludeert Corinne dat het verschil middelmatig is.
d De verdeling is rechtsscheef. Het gemiddelde wordt erg omhoog getrokken door een relatief kleine groep patiënten die heel lang in het ziekenhuis verblijft. De mediaan is dus het meest geschikt. De mediaan is kleiner dan het gemiddelde.
e
- De boxen overlappen elkaar.
- Geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.

Dus Corinne concludeert dat het verschil gering is.
f De *Vcp* is maximaal bij de leeftijd 50 jaar.
$max.Vcp = 30\% - 9\% = 21\%$.
Omdat $15\% < max.Vcp \leq 30\%$ is het verschil middelmatig.

Bladzijde 219

16 **a** $E = \dfrac{38{,}4 - 31{,}2}{\frac{1}{2}(2{,}9 + 3{,}1)} = 2{,}4$
Omdat $E > 0{,}8$ is dit verschil groot.
b De lijn gaat door de punten (40; 4,6) en (60, 7).
$S_{nieuw} = a \cdot S_{oud} + b$ met $\dfrac{\Delta S_{nieuw}}{\Delta S_{oud}} = \dfrac{7 - 4{,}6}{60 - 40} = 0{,}12$.
$\left.\begin{array}{l}\text{dus } S_{nieuw} = 0{,}12S_{oud} + b \\ \text{door } (60, 7)\end{array}\right\}$ $\begin{array}{l}0{,}12 \cdot 60 + b = 7 \\ 7{,}2 + b = 7 \\ b = -0{,}2\end{array}$
Dus $S_{nieuw} = 0{,}12S_{oud} - 0{,}2$.
c Los op $0{,}12S_{oud} - 0{,}2 = 8{,}4$.
$0{,}12S_{oud} = 8{,}6$
$S_{oud} \approx 72$
Dus naar verwachting een score van 72.
d $S_{oud} = 40$ geeft $S_{nieuw} = 0{,}12 \cdot 40 - 0{,}2 = 4{,}6$
Dus bij scores lager dan 4,6 worden de extra trainingen aangeboden.
e Bij twee van deze 20 atleten was dat het geval.
Eén atleet zou op basis van de score op de oude test wel maar op basis van de score op de nieuwe test geen extra trainingen aangeboden hebben gekregen. Dit is de atleet die 4,7 scoorde op de nieuwe test en op de oude test 39.
Eén atleet zou op basis van de score op de nieuwe test wel maar op basis van de score op de oude test geen extra trainingen aangeboden hebben gekregen. Dit is de atleet die 4,5 scoorde op de nieuwe test en op de oude test 41.

Bladzijde 220

17 **a** $phi = \dfrac{182 \cdot 176 - 118 \cdot 124}{\sqrt{(118+176)\cdot(182+124)\cdot 300 \cdot 300}} = \dfrac{3\,009\,400}{\sqrt{294 \cdot 306 \cdot 300 \cdot 300}} \approx 0{,}19$

Omdat $-0{,}2 < phi < 0{,}2$ is het verschil gering.

b Het percentage mannetjes is $\dfrac{176}{300} \times 100\% \approx 59\%$ en het percentage vrouwtjes is $100\% - 59\% = 41\%$.

De percentageverhouding mannetjes : vrouwtjes = 59 : 41.

c $\dfrac{42-24}{24{,}4-21{,}5} \approx 6{,}2\%$ per °C, $\dfrac{60-42}{27{,}2-24{,}4} \approx 6{,}4\%$ per °C, $\dfrac{76-60}{29{,}7-27{,}2} = 6{,}4\%$ per °C.

Steeds krijg je ongeveer 6,4% per °C. De afwijking bij de eerste berekening kan veroorzaakt zijn door de afronding op gehele procenten in de tabel.

Bij een percentage-toename van mannetjes met 6,4 hoort een temperatuurstijging van 1 °C,

dus bij een percentage-toename van mannetjes met 1 hoort een temperatuurstijging van $\dfrac{1}{6{,}4}$ °C.

Bij 50% mannetjes hoort dus een temperatuur van $24{,}4 + 8 \cdot \dfrac{1}{6{,}4} = 25{,}65 \approx 25{,}7$ °C.

d De best passende lijn gaat door de punten (23, 30) en (27, 60).

$P_m = aT + b$ met $\dfrac{\Delta P_m}{\Delta T} = \dfrac{60-30}{27-23} = 7{,}5$.

$\left.\begin{array}{l} P_m = 7{,}5T + b \\ \text{door } (27, 60) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 7{,}5 \cdot 27 + b = 60 \\ 202{,}5 + b = 60 \\ b = -142{,}5 \end{array}$

Dus $P_m = 7{,}5T - 142{,}5$.

$P_v = 100 - P_m = 100 - (7{,}5T - 142{,}5) = 100 - 7{,}5T + 142{,}5 = 242{,}5 - 7{,}5T$

Dus $P_v = 242{,}5 - 7{,}5T$.

e $\hat{p} = 0{,}44$ en $\sigma = \sqrt{\dfrac{0{,}44 \cdot 0{,}56}{250}} = 0{,}031...$

$\hat{p} - 2\sigma = 0{,}44 - 2 \cdot 0{,}031... \approx 0{,}377$

$\hat{p} + 2\sigma = 0{,}44 + 2 \cdot 0{,}031... \approx 0{,}503$

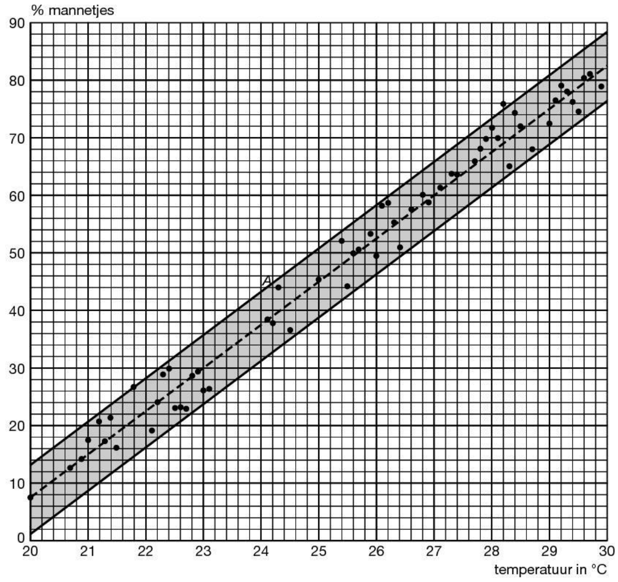
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de proportie mannetjes is [0,377; 0,503].

Dus 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage mannetjes is [37,7; 50,3].

$T = 24{,}3$ geeft $P_m = 7{,}5 \cdot 24{,}3 - 142{,}5 = 39{,}75$

39,75 ligt tussen 37,7 en 50,3, dus het percentage dat volgt uit de formule van vraag d valt binnen dit interval.

f De middelste 95% ligt hoogstens 2σ, dus 6% van het gemiddelde, ofwel van de lijn af.



g 8 op de 25, dus 32% is mannetje.

32% valt binnen het gebied van vraag f.

Bladzijde 222

18 **a** $3q - 15p = 5$

$-15p = 5 - 3q$

$$\left.\begin{array}{l} -7{,}5p = -1{,}5q + 2{,}5 \\ W = 18 - 7{,}5p + 2q \end{array}\right\} \begin{array}{l} W = 18 - 1{,}5q + 2{,}5 + 2q \\ W = 0{,}5q + 20{,}5 \end{array}$$

b $x + z = 6$

$$\left.\begin{array}{l} z = -x + 6 \\ y = 2x + 5 \\ F = 3xy + 4xz + 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} F = 3xy + 4xz + 8 \\ F = 3x(2x + 5) + 4x(-x + 6) + 8 \\ F = 6x^2 + 15x - 4x^2 + 24x + 8 \\ F = 2x^2 + 39x + 8 \end{array}$$

c
$$\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{2k(3l + 8)}{4 + 7m} \\ P = 6 \text{ en } l = 4 \end{array}\right\} \dfrac{2k(3 \cdot 4 + 8)}{4 + 7m} = 6$$

$$\frac{2k \cdot 20}{4 + 7m} = \frac{6}{1}$$

$40k = 6(4 + 7m)$

$40k = 24 + 42m$

$k = 0{,}6 + 1{,}05m$

Dus $k = 1{,}05m + 0{,}6$.

d $G = 12 - 21 \cdot \dfrac{6 - 7{,}5h}{63} = 12 - \dfrac{21}{63} \cdot (6 - 7{,}5h) = 12 - \frac{1}{3}(6 - 7{,}5h) = 12 - 2 + 2{,}5h = 2{,}5h + 10.$

Dus $G = 2{,}5h + 10$.

19 **a** $A = 5p - \dfrac{6}{p^2} = \dfrac{5p^3}{p^2} - \dfrac{6}{p^2} = \dfrac{5p^3 - 6}{p^2}$

b $B = \dfrac{7q}{3q - 12} \cdot (q - 2) - \frac{1}{3} \cdot \dfrac{5q}{4 - q} = \dfrac{7q(q - 2)}{3q - 12} - \dfrac{5q}{3(4 - q)} = \dfrac{7q^2 - 14}{3q - 12} - \dfrac{5q}{3q - 12} = \dfrac{7q^2 - 5q - 14}{3q - 12}$

c $K = \frac{1}{3}q + 4 + \dfrac{5}{q} = \dfrac{\frac{1}{3}q^2}{q} + \dfrac{4q}{q} + \dfrac{5}{q} = \dfrac{\frac{1}{3}q^2 + 4q + 5}{q} = \dfrac{q^2 + 12q + 15}{3q}$

d $N = \dfrac{2t^3}{\left(\dfrac{5}{3t^{-4}}\right)} \cdot t^2 = 2t^3 \cdot \dfrac{3t^{-4}}{5} \cdot t^2 = 2t^3 \cdot \frac{3}{5} \cdot t^{-4} \cdot t^2 = 1{,}2t^1$

e $\dfrac{v + 8}{1} = \dfrac{2C}{4 + 2v}$

$2C = (v + 8)(4 + 2v)$

$2C = 4v + 2v^2 + 32 + 16v$

$2C = 2v^2 + 20v + 32$

$C = v^2 + 10v + 16$

f $\dfrac{5y - 6}{9x} = 2\frac{2}{3}$

$\dfrac{5y - 6}{9x} = \dfrac{2\frac{2}{3}}{1}$

$5y - 6 = 24x$

$5y = 24x + 6$

$y = 4{,}8x + 1{,}2$

20 **a** $w = 18$ en $V = 84$ geeft $-0{,}35A \cdot 18 + 8{,}4A = 84$

$-6{,}3A + 8{,}4A = 84$

$2{,}1A = 84$

$A = \dfrac{84}{2{,}1} = 40$

Er passeren 40 auto's per minuut.

b $A = 75$ en $V = 160$ geeft $-0{,}35 \cdot 75w + 8{,}4 \cdot 75 = 160$
$-26{,}25w + 630 = 160$
$-26{,}25w = -470$
$w = \dfrac{-470}{26{,}25} \approx 17{,}9$
De windsnelheid was 17,9 m/s.
c $A = 60$ geeft $V = -0{,}35 \cdot 60w + 8{,}4 \cdot 60 = -21w + 504$
Dus $V = -21w + 504$.
d $w = 10$ geeft $V = -0{,}35A \cdot 10 + 8{,}4A = -3{,}5A + 8{,}4A = 4{,}9A$
Dus $V = 4{,}9A$.

Bladzijde 223

21 **a** $N = \frac{1}{12}a \cdot \dfrac{(2a+3)a}{4a+4} = \dfrac{(2a+3)a^2}{12(4a+4)} = \dfrac{2a^3+3a^2}{48a+48}$

b $P = \dfrac{(a-5)(a+6)}{a-2} + a + 1 = \dfrac{a^2+6a-5a-30}{a-2} + \dfrac{a(a-2)}{a-2} + \dfrac{a-2}{a-2}$
$= \dfrac{a^2+a-30+a^2-2a+a-2}{a-2} = \dfrac{2a^2-32}{a-2}$

c $Q = \dfrac{5}{3p+2}$
$\dfrac{Q}{1} = \dfrac{5}{3p+2}$
$Q(3p+2) = 5$
$3pQ + 2Q = 5$
$3pQ = 5 - 2Q$
$p = \dfrac{5-2Q}{3Q}$

d $Z = \dfrac{4L-3}{5-6L}$
$\dfrac{Z}{1} = \dfrac{4L-3}{5-6L}$
$4L - 3 = Z(5-6L)$
$4L - 3 = 5Z - 6ZL$
$4L - 6ZL = 5Z + 3$
$L(4-6Z) = 5Z + 3$
$L = \dfrac{5Z+3}{4-6Z}$

e $4 - \dfrac{H}{x^2+1} = 11$
$\dfrac{H}{x^2+1} = -7$
$\dfrac{H}{x^2+1} = \dfrac{-7}{1}$
$H = -7(x^2+1)$
$H = -7x^2 - 7$

f $x = 3\sqrt{2y} - 8x + 3$
$3\sqrt{2y} = x + 8x - 3$
$3\sqrt{2y} = 9x - 3$
$\sqrt{2y} = 3x - 1$
$2y = (3x-1)^2$
$y = \frac{1}{2}(3x-1)^2$

g $\left.\begin{array}{l} F = \dfrac{3a}{2a-1} \cdot (2b+1) \\ b = 3a - 1 \end{array}\right\}$ $F = \dfrac{3a}{2a-1} \cdot (2(3a-1)+1)$
$F = \dfrac{3a}{2a-1} \cdot (6a-2+1)$
$F = \dfrac{3a(6a-1)}{2a-1} = \dfrac{18a^2-3a}{2a-1}$

h $\left.\begin{array}{l} G = \dfrac{k - p^2}{k^2} \\ p = k + 2 \end{array}\right\}$ $G = \dfrac{k - (k + 2)^2}{k^2}$

$G = \dfrac{k - (k^2 + 2k + 2k + 4)}{k^2}$

$G = \dfrac{-k^2 + 3k - 4}{k^2}$

$G = -1 + \dfrac{5}{k} + \dfrac{-4}{k^2}$

Dus $a = -1$, $b = 5$ en $c = -4$.

22 **a** Bij bloedgroep 0 is Rh+ : Rh− = 39,5 : 7,5 ≈ 5,3 : 1.
Bij bloedgroep A is Rh+ : Rh− = 35 : 7 = 5 : 1.
Bij bloedgroep B is Rh+ : Rh− = 6,7 : 1,3 ≈ 5,2 : 1.
Bij bloedgroep AB is Rh+ : Rh− = 2,5 : 0,5 = 5 : 1.
Bij de bloedgroepen A en AB is de verhouding Rh+ : Rh− precies gelijk.
Dus Victor heeft gelijk.

b PROCENTUELE VERDELING BLOEDTYPES IN BELGIE

	bloedgroep				
	0	A	B	AB	
Rh+	38	34	8,5	4,1	84,6
Rh−	7	6	1,5	0,9	15,4
	45	40	10	5	100

In België is de verhouding Rh+ : Rh− = 84,6 : 15,4 = 11 : 2, 002... ≈ 11 : 2.
Dus Cordula heeft gelijk.

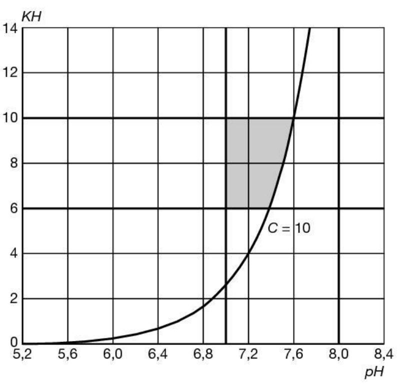
Bladzijde 224

23 **a** 19,0 − 12,7 = 6,3, 25,4 − 19,0 = 6,4, 31,7 − 25,4 = 6,3, $\dfrac{63{,}4 - 50{,}7}{2} = 6{,}35$, $\dfrac{76{,}1 - 63{,}4}{2} = 6{,}35$,
Steeds is bij een *KH*-toename van 1 het verschil 6,3 (of 6,4).
Dus bij $KH = 6$ en $pH = 6{,}8$ is $C = 38$ (of $C = 38{,}1$).

b $\dfrac{63{,}7}{160{,}0} \approx 0{,}4$, $\dfrac{25{,}4}{63{,}7} \approx 0{,}4$, $\dfrac{10{,}1}{25{,}4} \approx 0{,}4$, $\dfrac{4{,}0}{10{,}1} \approx 0{,}4$, $\dfrac{1{,}6}{4{,}0} = 0{,}4$,
De quotiënten zijn steeds vrijwel gelijk dus er is sprake van een exponentieel verband.
Bij een *pH*-toename van 0,4 hoort een groeifactor van 0,4 dus bij een *pH*-toename van 1 hoort een groeifactor van $0{,}4^{\frac{1}{0{,}4}} \approx 0{,}1$. Bij $g = 0{,}1$ hoort een afname van 90%.

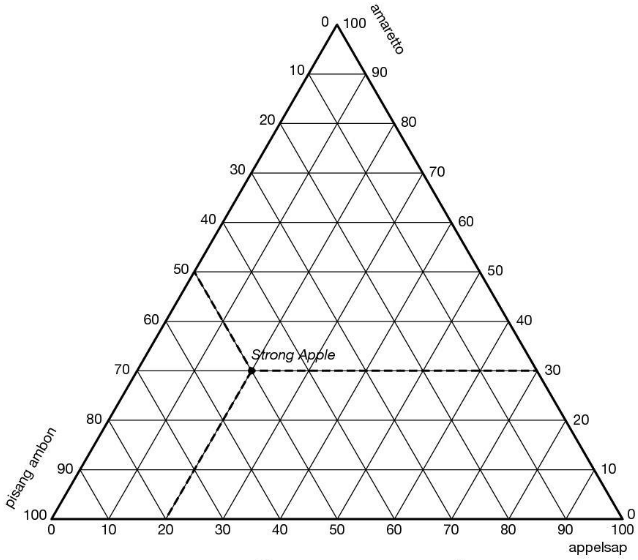
c $C = 50{,}7 \cdot 0{,}1^{0{,}2} \approx 32{,}0$.
Omdat $C \geq 10$ is voldaan aan voorwaarde (III). Verder is met $pH = 7$ en $KH = 8$ ook voldaan aan de voorwaarden (I) en (II). Dus dit vijverwater is van goede kwaliteit.

d Uit voorwaarde (I) volgt dat het gebied tussen de lijnen $KH = 6$ en $KH = 10$ ligt.
Uit voorwaarde (II) volgt dat het gebied tussen de lijnen $pH = 7$ en $pH = 8$ ligt.
Uit voorwaarde (III) volgt dat het gebied boven de kromme $C = 10$ ligt.



Bladzijde 226

24 **a**



b Een liter cocktail bestaat uit $\frac{x}{100}$ deel uit appelsap, $\frac{y}{100}$ deel uit amaretto, $\frac{z}{100}$ deel uit pisang ambon.

De kosten K voor 1 liter cocktail zijn dus
$$\begin{aligned} K &= 0{,}25 \cdot \frac{x}{100} + 4 \cdot \frac{y}{100} + 3 \cdot \frac{z}{100} \\ &= \frac{0{,}25}{100} \cdot x + \frac{4}{100} \cdot y + \frac{3}{100} \cdot z \\ &= 0{,}0025x + 0{,}04y + 0{,}03z \end{aligned}$$

Dus $K = 0{,}0025x + 0{,}04y + 0{,}03z$.

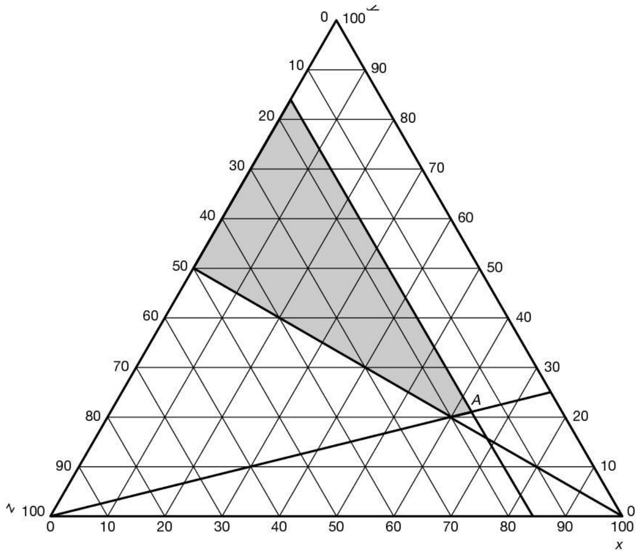
Winst = opbrengst − kosten, dus

$W = 7{,}5 - (0{,}0025x + 0{,}04y + 0{,}03z) = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 0{,}03z$.

c $x + y + z = 100$

$$\left.\begin{aligned} &z = 100 - x - y \\ &W = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 0{,}03z \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &W = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 0{,}03(100 - x - y) \\ &W = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 3 + 0{,}03x + 0{,}03y \\ &W = 4{,}5 + 0{,}0275x - 0{,}01y \end{aligned}$$

d



e In de formule $W = 4{,}5 + 0{,}0275x - 0{,}01y$ is x is de hoeveelheid appelsap.
Als x toeneemt neemt W toe (terwijl W afneemt bij een toename van y).

f Zie de figuur van vraag d. Punt A hoort bij de verhouding waarvoor de winst maximaal is.
Deze verhouding is $x : y : z = 63 : 21 : 16$.
$x = 63$ en $y = 21$ geeft $W = 4{,}5 + 0{,}0275 \cdot 63 - 0{,}01 \cdot 21 \approx 6{,}02$.
De fabrikant behaalt bij deze verhouding een winst van 6,02 euro per liter.

Bladzijde 227

25 **a** Van de huidplooien is de som $32 + 27 + 26 + 31 = 116$.
Bij een som-toename van 10 hoort een D-afname van $1{,}0135 - 1{,}0108 = 0{,}0027$,
dus bij een som-toename van 1 hoort een D-afname van $\frac{0{,}0027}{10}$.
Bij som = 116 is $D = 1{,}0135 - 6 \cdot \frac{0{,}0027}{10} = 1{,}01188$.
$D = 1{,}01188$ geeft $P = \frac{495}{1{,}01188} - 450 \approx 39{,}2$
Het vetpercentage van Alex is 39,2%.

b Los op $\frac{495}{D} - 450 = 31{,}7$
$\frac{495}{D} = 481{,}7$
$D = \frac{495}{481{,}7} \approx 1{,}0276$
Uit de tabel volgt nu dat de som van de huidplooien van Annelies 70 mm is.

c Bij som = 110 hoort $D = 1{,}0135$.
$D = 1{,}0135$ geeft $P = 38{,}4$.
Bij som = 70 hoort $D = 1{,}0276$.
$D = 1{,}0276$ geeft $P = 31{,}7$.
Het vetpercentage neemt af van 38,4 naar 31,7, dat is 6,7 procentpunten.

Bladzijde 228

26 **a** Het volume van de kamer is $V = 4 \times 6 \times 2{,}25 = 54\,\text{m}^3$.
De oppervlakte O van de kamer is $2 \times 4 \times 6 + 2 \times 6 \times 2{,}25 + 2 \times 4 \times 2{,}25 = 93\ \text{m}^2$.
$V = 54$, $O = 93$ en $a = 0{,}2$ geeft $T = \frac{54}{6 \cdot 0{,}2 \cdot 93} = 0{,}48$ seconde.
De nagalmtijd is 0,48 seconde.

b $V = 200$, $a = 0{,}2$ en $T = 0{,}6$ geeft $\frac{200}{6 \cdot 0{,}15 \cdot O} = 0{,}6$ ofwel $\frac{200}{0{,}9O} = \frac{0{,}6}{1}$
$0{,}6 \cdot 0{,}9O = 200$
$0{,}54O = 200$
$O = 370$
De oppervlakte is 370 m^2.

c $V = 500$, $O = 800$ en $T = 0{,}8$ geeft $\frac{500}{6 \cdot a \cdot 800} = 0{,}8$ ofwel $\frac{500}{4800a} = \frac{0{,}8}{1}$
$0{,}8 \cdot 4800a = 500$
$3840a = 500$
$a \approx 0{,}13$
De absorptiecoëfficiënt $a = 0{,}13$.

d $V = 120$ en $T = 0{,}8$ geeft $\frac{V}{6 \cdot a \cdot 120} = 0{,}8$ ofwel $\frac{V}{720a} = \frac{0{,}8}{1}$
$0{,}8 \cdot 720a = V$
$5760a = V$
$a = \frac{1}{576}V$
Dus $a = \frac{1}{576}V$.

e $a = 0{,}3$ en $T = 0{,}75$ geeft $\frac{V}{6 \cdot 0.3 \cdot O} = 0{,}8$ ofwel $\frac{V}{1{,}8O} = \frac{0{,}8}{1}$
$0{,}8 \cdot 1{,}8O = V$
$1{,}44O = V$
$O = \frac{1}{1{,}44}V \left(= \frac{25}{36}V\right)$
Dus $O = \frac{1}{1{,}44}V$.

27 **a** $G = 10$, $F = 10$ en $K = 2$ geeft $S = 10 - \dfrac{10}{2-1} = 10 - 10 = 0$.
Als je 20 tweekeuzevragen op de gok beantwoordt dan verwacht je er 10 goed en 10 fout te hebben.
Dat zou geen punten op moeten leveren.

b $\left.\begin{array}{l} F = 20 - G \text{ en } K = 3 \\ S = G - \dfrac{F}{K-1} \end{array}\right\} S = G - \dfrac{20-G}{3-1}$

$$S = G - \frac{20-G}{2}$$
$$S = G - 10 + \tfrac{1}{2}G$$
$$S = 1\tfrac{1}{2}G - 10$$

Dus $a = 1\frac{1}{2}$ en $b = -10$.

c $K = 3$ en $C = 5{,}5$ geeft $\dfrac{S}{20} \cdot 9 + 1 = 5{,}5$

$$\frac{S}{20} \cdot 9 = 4{,}5$$
$$\frac{S}{20} = \frac{4{,}5}{9}$$
$$9S = 20 \cdot 4{,}5$$
$$S = \frac{90}{9} = 10$$

$S = 10$ en $S = \frac{1}{2}G - 10$ geeft $1\frac{1}{2}G - 10 = 10$

$$1\tfrac{1}{2}G = 20$$
$$G = 13\tfrac{1}{3}$$

Je moet dan dus minstens 14 vragen goed beantwoorden.

d $\left.\begin{array}{l} F = 30 - G \text{ en } K = 4 \\ S = G - \dfrac{F}{K-1} \end{array}\right\} S = G - \dfrac{30-G}{4-1}$

$$S = G - \frac{30-G}{3}$$
$$S = G - 10 + \tfrac{1}{3}G$$
$$S = 1\tfrac{1}{3}G - 10$$

$\left.\begin{array}{l} C = \dfrac{S}{30} \cdot 9 + 1 \\ S = 1\frac{1}{3}G - 10 \end{array}\right\} C = \dfrac{S}{30} \cdot 9 + 1$

$$C = \frac{1\frac{1}{3}G - 10}{30} \cdot 9 + 1$$
$$C = \frac{\left(1\frac{1}{3}G - 10\right) \cdot 9}{30} + 1$$
$$C = \frac{12G - 90}{30} + 1$$
$$C = 0{,}4G - 3 + 1$$
$$C = 0{,}4G - 2$$

Dus $a = 0{,}4$ en $b = -2$.

Bladzijde 229

28 **a** x is het aantal cm onder de cm-garantie.
Voor meneer Matthijssen geldt $B = ax$ met $x = 60$ en $B = 320$, dus $60a = 320$, ofwel $a = 5\frac{1}{3}$.
$B = 5\frac{1}{3}x$ en $x = 15$ geeft $B = 5\frac{1}{3} \cdot 15 = 80$.
Hij krijgt 80 euro terug.

b $B = ax$ met $x = 80$ en $B = 320$, dus $80a = 320$, ofwel $a = 4$.
De formule is $B = 4x$.

c $g = 125$ en $a = 80$ geeft $B = \dfrac{125 - 80}{125} \cdot 320 = 115{,}2$.
Ze krijgt € 115,20 terug.

d $g = 160$ geeft $B = \frac{160 - a}{160} \cdot 320$

$$B = \frac{320(160 - a)}{160}$$
$$B = 2(160 - a)$$
$$B = 320 - 2a$$
$$B = -2a + 320$$

e $g = 100$ en $B = 25$ geeft $\frac{100 - a}{100} \cdot 320 = 25$

$$\frac{100 - a}{100} = \frac{25}{320}$$
$$320(100 - a) = 25 \cdot 100$$
$$32\,000 - 320a = 2500$$
$$-320a = -29\,500$$
$$a \approx 92$$

Ze is 92 cm kwijtgeraakt.

f $a = 50$ en $B = 220$ geeft $\frac{g - 50}{g} \cdot 320 = 220$

$$\frac{g - 50}{g} = \frac{220}{320}$$
$$320(g - 50) = 220g$$
$$320g - 16\,000 = 220g$$
$$100g = 16\,000$$
$$g = 160$$

Ze had een cm-garantie van 160 cm.

12 Examentraining

29 $4{,}5 \cdot 10^{-5}$

30 $(-4a^3)^2 - 8a^5 - 10a^6 = 16a^6 - 8a^5 - 10a^6 = 6a^6 - 8a^5$

31 $\frac{649}{0{,}0564} \approx 11\,507$

32 Stel $N = at + b$ met $a = \frac{63 - 52}{12 - 8} = \frac{11}{4} = 2{,}75$.

$$\left.\begin{array}{l} N = 2{,}75t + b \\ t = 8 \text{ en } N = 52 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2{,}75 \cdot 8 + b = 52 \\ 22 + b = 52 \\ b = 30 \end{array}$$

Dus $N = 2{,}75t + 30$.

33 **a** $g_{8\text{ uur}} = 0{,}891$ dus $g_{50\text{ uur}} = 0{,}891^{6{,}25} \approx 0{,}486$
De afname per 50 uur is 51,4%.

b $g_{8\text{ uur}} = 0{,}891$ dus $g_{\text{uur}} = 0{,}891^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}986$
De afname per uur is dus 1,4%.

34 $N = 3\sqrt{2a} \cdot \sqrt{5b} = 3\sqrt{10ab} = 3\sqrt{10} \cdot \sqrt{ab} \approx 9{,}49\sqrt{ab}$
Dus $N = 9{,}49\sqrt{ab}$.