12 Examentraining

12.1 Algemene vaardigheden

Bladzijde 134

1 **a** In de vijfde versnelling rijd je met 35 liter ongeveer $35 \cdot 21{,}68 = 758{,}8$ km.
In de vierde versnelling rijd je met 35 liter ongeveer $35 \cdot 19{,}63 = 687{,}05$ km.
In de vijfde versnelling kun je dus $758{,}8 - 687{,}05 \approx 72$ km meer afleggen.

b Bij 80 km/uur is het verbruik $\frac{300}{21{,}68} \approx 13{,}8$ liter.

Bij 60 km/uur is het verbruik $\frac{300}{25{,}35} \approx 11{,}8$ liter.

Bij 80 km/uur verbruik je dus 2 liter meer dan bij 60 km/uur.

Bladzijde 135

2 **a** Het aantal skm is $210 \cdot 4500 = 945\,000$.

Het brandstofverbruik per skm is $\frac{26\,325\,000}{945\,000} \approx 27{,}9$ gram, dus bijna 28 gram.

b Uit figuur 12.1 volgt dat bij een vlucht van 9000 km het brandstofverbruik ongeveer 36 gram per skm is. Dat is 0,036 kg per skm.
Het aantal skm is $524 \cdot 90\,000 = 4\,716\,000$.
Het vliegtuig neemt $0{,}036 \cdot 4\,716\,000 = 169\,776$ kg, dus ongeveer 170 000 kg brandstof mee.

c Uit figuur 12.1 volgt dat bij een vlucht van 3000 km het brandstofverbruik ongeveer 33,5 gram per skm is. Dat is $36 - 33{,}5 = 2{,}5$ gram per skm minder dan bij 9000 km.

De besparing is dus $\frac{2{,}5}{36} \times 100\% \approx 6{,}9\%$.

Bladzijde 136

3 Aantal woningen van voor 1945 is $0{,}20 \cdot 6{,}9$ miljoen $= 1{,}38$ miljoen.

Hieronder waren 900 000 een koopwoning, dat is dus $\frac{900\,000}{1\,380\,000} \times 100\% \approx 65{,}2\%$.

De bewering is juist, want 65,2% is meer dan 54%.

4 Van de 60 schadegevallen van 750 euro krijgt hij niets terug. Van het bedrag van 70 000 euro krijgt hij 20 000 euro terug en van het bedrag van 110 000 euro krijgt hij 60 000 terug.
Hij krijgt dus $20\,000 + 60\,000 = 80\,000$ euro terug.
Het totale schadebedrag is $60 \cdot 750 + 70\,000 + 110\,000 = 225\,000$ euro.

De verzekeraar krijgt $\frac{80\,000}{225\,000} \approx 0{,}36$ deel, dat is meer dan een derde, terug.

5 Meneer Pietersen heeft ongeveer $0{,}08 \cdot 72 = 5{,}76$ L bloed.
Van de $2 \cdot 500 = 1000$ mg paracetamol is $0{,}984 \cdot 1000 = 984$ mg in het bloed opgenomen.

Het aantal mg paracetamol per liter bloed is $\frac{984}{5{,}76} \approx 171$.

Bladzijde 137

6 **a**

90 jaar	centenarian	supercentenarian
2900	…	1

$$2900 \xrightarrow{\times 0{,}0352} \ldots \longrightarrow 1$$

Per 2900 90-jarigen worden er $0{,}0352 \cdot 2900 \approx 102$ centenarian.

Daarvan wordt er 1 supercentenarian. Dat is $\frac{1}{102} \times 100\% \approx 0{,}98\%$.

b Uit figuur 12.3 volgt dat op er 1 januari 2005 ongeveer $600 + 370 + 195 + 120 + 50 + 35 = 1370$ eeuwelingen waren.
Uit figuur 13.4 volgt dat er in 2005 ongeveer 16 mannelijke eeuwelingen per 100 vrouwelijke eeuwelingen waren.
Dus $\frac{100}{116}$ deel van de eeuwelingen in 2005 was vrouw. Dat waren er $\frac{100}{116} \cdot 1370 \approx 1181$.

Bladzijde 138

7 **a** Bij een bestelling van 10 000 stuks betaal je $10\,000 \cdot 7{,}50 \approx 75\,000$ euro.
Bij een bestelling van 10 001 stuks betaal je $0{,}75 \cdot 10\,001 \cdot 7{,}50 \approx 56\,255{,}63$ euro.
Je bent bij 10 001 stuks dus veel goedkoper uit.
b Bij bedrijf A betaalt de klant voor 45 000 stuks $0{,}50 \cdot 45\,000 \cdot 7{,}50 = 168\,750$ euro.
Bij bedrijf B betaalt de klant voor 45 000 stuks
$5000 \cdot 7{,}50 + 5000 \cdot 5 + 10\,000 \cdot 3 + 25\,000 \cdot 2 = 142\,500$ euro.
Bij een bestelling van 45 000 stuks is de klant bij bedrijf B dus voordeliger uit.

NB: Als de klant bereid is meer exemplaren te ontvangen, dan kan hij nog voordeliger uit zijn door bij bedrijf A 50 001 exemplaren te bestellen. Hij betaalt dan $0{,}30 \cdot 50\,001 \cdot 7{,}50 = 112\,502{,}25$ euro.

Bladzijde 139

8 **a** Het aantal paren dat in 2000 minstens 40 jaar gehuwd was is $\frac{770\,000}{1{,}4} = 550\,000$.
b Zie figuur 12.5: in 2000 was het aantal 25-jarige huwelijksjubilea ongeveer 79 000 en in 2010 was dat ongeveer 53 000.
De relatieve verandering is $\frac{53\,000 - 79\,000}{79\,000} \times 100\% \approx -32{,}9\%$.
Dus het aantal 25-jarige huwelijksjubilea is in deze periode afgenomen met 32,9%.
c Zie figuur 12.5: in 2010 was het aantal 40-jarige huwelijksjubilea ongeveer 69 000.
Dus $\frac{69\,000}{124\,000}$ deel van de paren bereiktehun 40-jarige huwelijksjubileum.
Het verwachte aantal 40-jarige huwelijksjubilea in 2020 is $\frac{69\,000}{124\,000} \times 90\,000 \approx 50\,000$.
d Paren die in 2000 het 25-jarig jubileum vieren, zijn getrouwd in 1975. Paren die in 2010 dit jubileum vierden, zijn in 1985 getrouwd.
In 1975 zijn er ongeveer 100 000 paren getrouwd (zie figuur 12.6), hiervan vierden er 79 000 in het jaar 2000 hun 25-jarig jubileum (zie figuur 12.5).
Van deze huwelijken hield dus $\frac{79\,000}{100\,000} \times 100\% = 79\%$ 25 jaar stand.
In 1985 zijn er ongeveer 84 000 paren getrouwd (zie figuur 12.6), hiervan vierden 53 000 in het jaar 2010 hun 25-jarig jubileum(zie figuur 12.5).
Van deze huwelijken hield dus $\frac{53\,000}{84\,000} \times 100\% \approx 63{,}1\%$ 25 jaar stand.
De onderzoeker heeft gelijk, want 63,1% is minder dan 79%.

Bladzijde 140

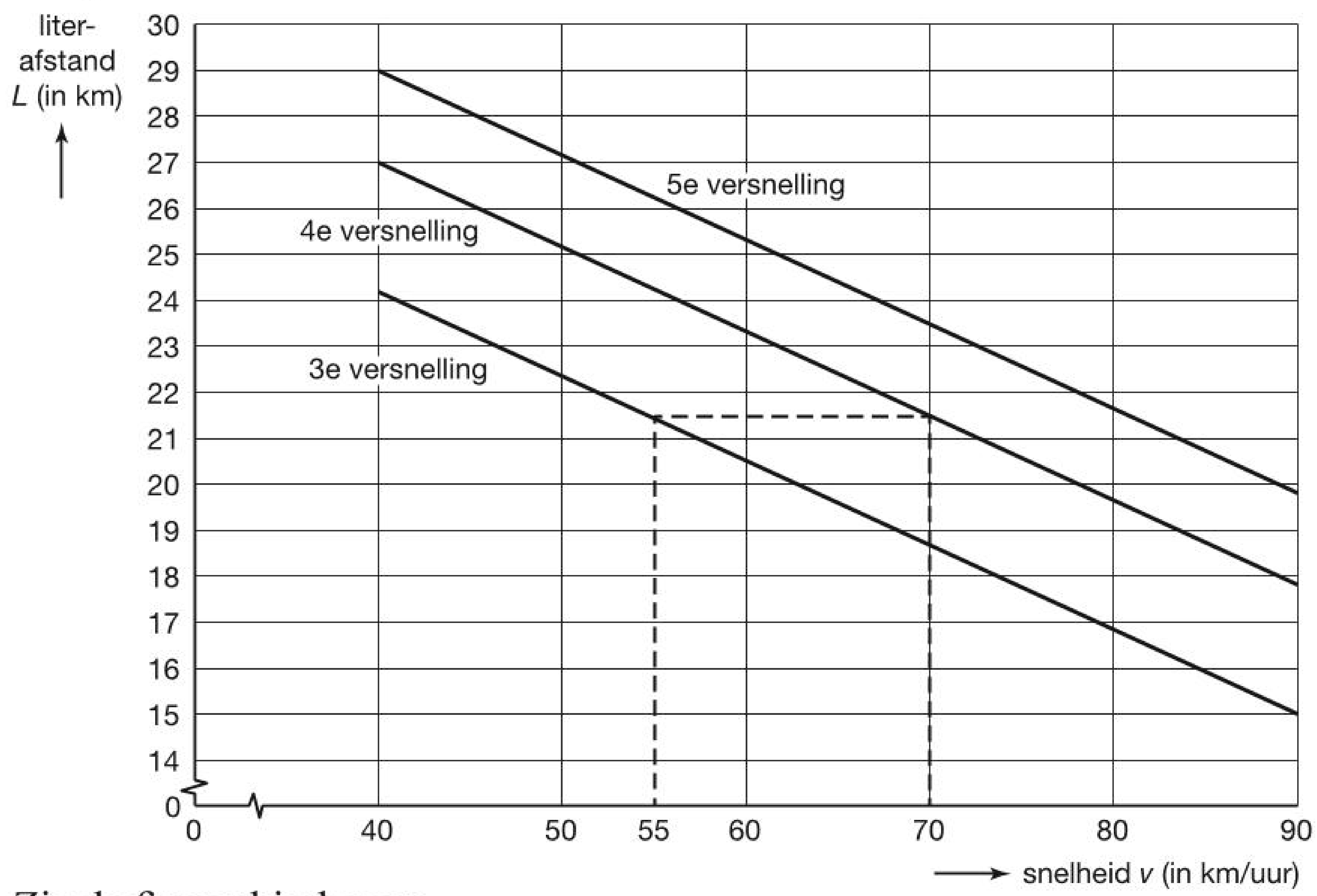
12

9 **a** Ze heeft in totaal $\frac{912}{0{,}52} \approx 1754$ patiënten, hiervan zijn er 912 man en $1754 - 912 = 842$ vrouw.
Het totaal aantal contactmomenten is $912 \cdot 3{,}5 + 842 \cdot 4{,}7 \approx 7149$.
b Ze had $912 \cdot 3{,}5 = 3192$ contactmomenten met mannelijke patiënten.
Die contacten had ze met $0{,}70 \cdot 912 \approx 638$ patiënten.
Dus met de mannelijke patiënten met wie ze contact had was het gemiddelde aantal contactmomenten $\frac{3192}{638} \approx 5{,}0$.

12.2 Lineaire verbanden

Bladzijde 143

10 **a**



Zie de figuur hierboven.
Je leest af dat je in de 3e versnelling 55 km/uur kunt rijden bij dezelfde literafstand.

b Stel $L_{\text{derde versnelling}} = av + b$ met $a = -0{,}1838$

$$\left.\begin{array}{l} L_{\text{derde versnelling}} = -0{,}1838v + b \\ \text{aflezen geeft } v = 90 \text{ en } L = 15 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -0{,}1838 \cdot 90 + b = 15 \\ -16{,}652 + b = 15 \\ b = 31{,}542 \end{array}$$

Dus $L_{\text{derde versnelling}} = -0{,}1838v + 31{,}542$

c $L_{\text{vijfde versnelling}} = -0{,}1838 \cdot v + 36{,}38$
$0{,}1838 \cdot v = -L_{\text{vijfde versnelling}} + 36{,}38$
$v \approx -5{,}4 \cdot L_{\text{vijfde versnelling}} + 197{,}9$

Bladzijde 144

11 **a** Zijn gemiddelde vangafstand is $\dfrac{16{,}2 + 17{,}2 + 16{,}1 + 16{,}7 + 16{,}8}{5} = 16{,}6$ cm.

Per 2 cm neemt de reactietijd toe met $192 - 181 = 11$ milliseconden, dus

per cm met $\dfrac{11}{2} = 5{,}5$ milliseconden.

Bij een vangafstand van 16,6 cm is de reactietijd $181 + 0{,}6 \cdot 5{,}5 = 184{,}3 \approx 184$ milliseconden.

12 **a** Bij een G-toename van $4000 - 3500 = 500$ hoort een A-toename van $977 - 841 = 136$.

Dus bij een G-toename van 1 hoort een A-toename van $\dfrac{136}{500} = 0{,}272$.

Bij $G = 4820$ hoort $A = 977 + 820 \cdot 0{,}272 \approx 1200$ euro.

b Het verband tussen A en G is bij benadering lineair, dus $A = aG + b$.

$a = \dfrac{\Delta A}{\Delta G} = \dfrac{1226 - 359}{4000 - 1500} = 0{,}3468 \approx 0{,}35$ euro per euro gezinsinkomen.

De jurist heeft dus gelijk.

c Bij meer dan 4 kinderen wordt hetzelfde bedrag (als bij 4 kinderen) gedeeld door meer kinderen, dus dan is de alimentatie per kind minder. De grafieken II en IV kunnen dus niet juist zijn.
Bij $G = 4000$ is de gemiddelde alimentatie per kind
- bij 1 kind 644 euro
- bij 2 kinderen $\dfrac{977}{2} = 488{,}50$ euro
- bij 3 kinderen $\dfrac{1226}{3} \approx 409$ euro.

De alimentatie per kind neemt niet gelijkmatig af.
Dus de juiste grafiek is grafiek III.

12

Bladzijde 146

13 **a** De grafiek gaat (bijvoorbeeld) door de punten (120; 16,3) en (170; 10,3).

Stel $L = av + b$ met $a = \frac{\Delta L}{\Delta v} = \frac{10{,}3 - 16{,}3}{170 - 120} = -0{,}12$.

$\left.\begin{array}{l} L = -0{,}12v + b \\ \text{door } (170;\ 10{,}3) \end{array}\right\}$ $-0{,}12 \cdot 170 + b = 10{,}3$

$-20{,}4 + b = 10{,}3$

$b = 30{,}7$

Dus $L = -0{,}12v + 30{,}7$.

b Bij 10 °C is de literafstand $L = \frac{75}{4{,}4} \approx 17{,}05$ km.

Aflezen uit de figuur bij 10 °C en $L = 17{,}05$ geeft $v \approx 122$ km/uur.
Aflezen in de figuur bij 25 °C en $v = 122$ km/uur geeft $L \approx 18{,}8$ km.
Met 4,4 liter benzine en een literafstand van 18,8 kan hij $4{,}4 \cdot 18{,}8 \approx 83$ km afleggen.
Bij 25 °C kan hij dus $83 - 75 = 8$ km meer afleggen.

c Bij een temperatuurtoename van 15 °C is de L-toename $24{,}3 - 21{,}9 = 2{,}4$ km.

Dus bij een temperatuurtoename van 1 °C is de L-toename $\frac{2{,}4}{15} = 0{,}16$ km.

Bij 13 °C is de literafstand $L = 21{,}9 + 3 \cdot 0{,}16 \approx 22{,}4$ km.

Bladzijde 147

14 **a** $a = \frac{\Delta H_V}{\Delta t} = \frac{2980 - 1078}{18} \approx 105{,}7$

b Als er evenveel vrouwelijke als mannelijke huisartsen zijn, dan is de helft van alle huisartsen vrouwelijk, dus dan geldt $\frac{1}{2} \cdot H_T = H_V$.
Los op $\frac{1}{2}(107 \cdot t + 6703) = 106 \cdot t + 1078$.
Voer in $y_1 = \frac{1}{2}(107x + 6703)$ en $y_2 = 106x + 1078$.
Intersect geeft $x \approx 43{,}3$.
Dus in het jaar 2033.

15 **a** $T = ax + b$ met a = prijs per stuk = 5.

Bij een bestelling van 10 000 stuks is $T = 5000 \cdot 7{,}50 + 5000 \cdot 5 = 62\,500$.

$\left.\begin{array}{l} T = 5x + b \\ x = 10\,000 \text{ en } T = 62\,500 \end{array}\right\}$ $5 \cdot 10\,000 + b = 62\,500$

$50\,000 + b = 62\,500$

$b = 12\,500$

Dus $T = 5x + 12\,500$.

Bladzijde 148

16 **a** Voor een leerling die geen enkel scorepunt heeft behaald is $S = 0$.

$S = 0$ geeft $C = 9 \cdot \frac{0}{L} + 1{,}0 = 9 \cdot 0 + 1{,}0 = 1{,}0$.

Voor een leerling die alle scorepunten heeft behaald is $S = L$.

$S = L$ geeft $C = 9 \cdot \frac{L}{L} + 1{,}0 = 9 \cdot 1 + 1{,}0 = 10{,}0$.

Voor een leerling die precies de helft van de scorepunten heeft behaald is $S = \frac{1}{2}L$.

$S = \frac{1}{2}L$ geeft $C = 9 \cdot \frac{\frac{1}{2}L}{L} + 1{,}0 = 9 \cdot \frac{1}{2} + 1{,}0 = 5{,}5$.

b Los op $9 \cdot \frac{S}{75} + 1{,}8 = 10$ met S een geheel getal.

Voer in $y_1 = 9 \cdot \frac{x}{75} + 1{,}8$.

GR−tabel geeft $x = 67$ geeft $y_1 = 9{,}84$.
$x = 68$ geeft $y_1 = 9{,}96$.
Voor een 10,0 heb je dus minstens 68 scorepunten nodig.
Je mag dus maximaal $75 - 68 = 7$ scorepunten missen.

c $\left.\begin{array}{l} C = 10 - (L - S) \cdot \frac{9}{L} \cdot 2 \\ L = 80 \end{array}\right\}$ $C = 10 - (80 - S) \cdot \frac{9}{80} \cdot 2$

$C = 10 - 0{,}225(80 - S)$

$C = 10 - 18 + 0{,}225S$

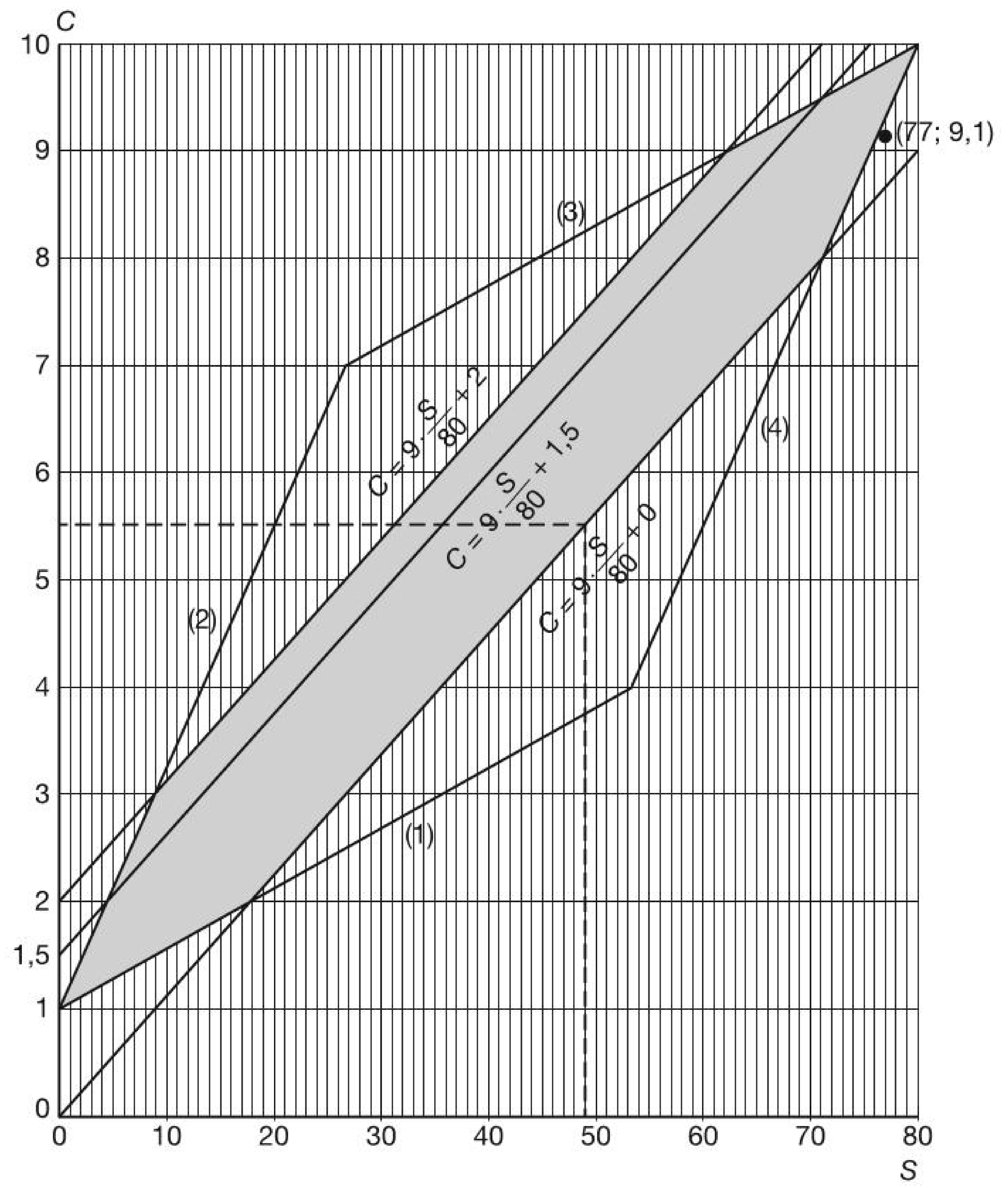
$C = 0{,}225S - 8$

Dus $a = 0{,}225$ en $b = -8$.

12

Bladzijde 149

d



Aflezen geeft $S = 49$.

e Voor $S = 77$, $L = 80$ en $N = 0{,}4$ geeft de hoofdformule $C = 9 \cdot \frac{77}{80} + 0{,}4 \approx 9{,}1$.
Het punt (77; 9,1) ligt buiten het grijze gebied (zie de figuur hierboven).
De dichtstbijzijnde grafiek is (4). Dus grafiek (4) of formule (4) moet gebruikt worden.
Aflezen op deze grafiek of berekenen met deze formule geeft $C = 9{,}3$.
Deze leerling krijgt dus een 9,3.

Bladzijde 150

17 **a** De lijn gaat door (20, 93) en (70, 30).
Stel $P = al + b$ met $a = \frac{\Delta P}{\Delta l} = \frac{30 - 93}{70 - 20} = -1{,}26$.

$$\left.\begin{array}{l} P = -1{,}26l + b \\ \text{door } (70, 30) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -1{,}26 \cdot 70 + b = 30 \\ -88{,}2 + b = 30 \\ b = 118{,}2 \end{array}$$

Dus $P = -1{,}26l + 118{,}2$.

b Bij 17 jaar hoort bij de trendlijn $P \approx 97$ en bij de metingen $P \approx 75$.
Dus volgens de trendlijn heeft 3% van de 17-jarigen versta-problemen terwijl uit het onderzoek bleek dat 25% versta-problemen had.
Het getal dat op de puntjes moet komen is dus $\frac{25}{3} \approx 8$.

12

12.3 Werken met formules

Bladzijde 155

18
$$\left.\begin{array}{l} 6 \cdot A + 5^n \\ A = 6^n - 5^n \end{array}\right\} 6 \cdot (6^n - 5^n) + 5^n = 6 \cdot 6^n - 6 \cdot 5^n + 5^n = 6^{n+1} - 5 \cdot 5^n = 6^{n+1} - 5^{n+1}$$

Bladzijde 156

19 **a** afleiden kan

$h = \dfrac{v^2}{2116}$

$\dfrac{h}{1} = \dfrac{v^2}{2116}$

$v^2 = 2116 \cdot h$

b afleiden kan niet

c afleiden kan

$\dfrac{v^2}{h} = 2116$

$\dfrac{v^2}{h} = \dfrac{2116}{1}$

$v^2 = 2116 \cdot h$

d afleiden kan niet

e afleiden kan

$v = 46 \cdot \sqrt{h}$

$v^2 = (46 \cdot \sqrt{h})^2$

$v^2 = 46^2 \cdot h^2$

$v^2 = 2116 \cdot h$

20 **a** $t = 5{,}5$ bij formule 1 geeft $P = 100 \cdot (1 - 0{,}8^{5{,}5}) \approx 70{,}7$.
$t = 5{,}5$ bij formule 2 geeft $P = 100 \cdot (1 - 0{,}61^{5{,}5}) - 50 \cdot 5{,}5 \cdot 0{,}61^{5{,}5} \approx 75{,}3$.
Bij formule 2 is na 5,5 jaar ruim driekwart van de apparaten defect.

b Los op $100 \cdot (1 - 0{,}8^t) = 100 \cdot (1 - 0{,}61^t) - 50t \cdot 0{,}61^t$.
Voer in $y_1 = 100 \cdot (1 - 0{,}8^x)$ en $y_2 = 100 \cdot (1 - 0{,}61^x) - 50x \cdot 0{,}61^x$.
Intersect geeft ($x = 0$ en) $x \approx 4{,}1$.
Dus voor $t = 4{,}1$ geven beide formules ook hetzelfde percentage.

c Als t toeneemt dan neemt $0{,}8^t$ af, dus dan neemt $1 - 0{,}8^t$ toe en dan neemt $100 \cdot (1 - 0{,}8^t)$ dus ook toe.
Dus als t groter wordt dan neemt P toe.
Als t heel groot wordt dan is $0{,}8^t \approx 0$, dus dan is $1 - 0{,}8^t \approx 1 - 0 = 1$ en dan is $100 \cdot (1 - 0{,}8^t) \approx 100$.
Dus als t heel groot wordt dan nadert P naar 100.

d $P = 100 \cdot (1 - 0{,}61^t) - 50t \cdot 0{,}61^t$
$P = 100 - 100 \cdot 0{,}61^t - 50t \cdot 0{,}61^t$
$P = 100 + (100 - 50t) \cdot 0{,}61^t$
$P = 100 + (-50t + 100) \cdot 0{,}61^t$
Dus $a = 100$, $b = -50$ en $c = 100$.

Bladzijde 157

21 **a** $V = 3{,}6$ en $p = 65$ geeft $E_w = \dfrac{0{,}74}{3{,}6} \cdot (65 - 65 \cdot 0{,}60^{3{,}6}) \approx 11$.
Dus het aantal te verwachten Elfstedentochten is 11.

b $\left.\begin{array}{l} E_w = \dfrac{0{,}74}{V} \cdot (p - p \cdot 0{,}60^{3{,}6}) \\ V = 3{,}6 \end{array}\right\} \; E_w = \dfrac{0{,}74}{3{,}6} \cdot (p - p \cdot 0{,}60^{3{,}6})$

$E_w = 0{,}2055... \cdot (p - p \cdot 0{,}158...)$
$E_w = 0{,}2055.. \cdot p - 0{,}2055... \cdot 0{,}1589... \cdot p$
$E_w = 0{,}2055... \cdot p - 0{,}0326... \cdot p$
$E_w = 0{,}1728... \cdot p$

Dus $a \approx 0{,}173$.

22 **a** Los op $0{,}1550 \cdot 15 \cdot 10 \cdot R^2 = 3\,720\,000$.
Voer in $y_1 = 0{,}1550 \cdot 15 \cdot 10 \cdot x^2$ en $y_2 = 3\,720\,000$.
Intersect geeft $x = 400$.
Dus er is gekozen voor een resolutie van 400 dpi.

Alternatief
$0{,}1550 \cdot 15 \cdot 10 \cdot R^2 = 3\,720\,000$
$23{,}25R^2 = 3\,720\,000$
$R^2 = 160\,000$
$R = \sqrt{160\,000} = 400$
Dus er is gekozen voor een resolutie van 400 dpi.

b $l = 1{,}5 \cdot b$

$\left.\begin{array}{l} b = \dfrac{1}{1{,}5} \cdot l \\ P = 0{,}1550 \cdot l \cdot b \cdot R^2 \end{array}\right\} \; P = 0{,}1550 \cdot l \cdot \dfrac{1}{1{,}5} \cdot l \cdot R^2$

$P = \dfrac{0{,}1550}{1{,}5} \cdot l^2 \cdot R^2$

$P \approx 0{,}1033 \cdot l^2 \cdot R^2$

12

Bladzijde 158

23 **a** Bij een L-toename van $331{,}3 - 290{,}4 = 40{,}9$ m hoort een B-toename van 25 m.

dus bij een L-toename van 1 m hoort een B-toename van $\frac{25}{40{,}9}$ m.

Bij een L-toename van $400 - 331{,}3 = 68{,}7$ m hoort dus een B-toename van $68{,}7 \cdot \frac{25}{40{,}9}$ m.

Bij $L = 400$ hoort $B = 200 + 68{,}7 \cdot \frac{25}{40{,}9} \approx 242$ m.

b Bij $d = 2$ en $L = 225$ is $r = 23{,}92$ (zie de tabel).

$d = 2$, $L = 225$ en $r = 23{,}92$ geeft $V = \frac{2 \cdot 21{,}49 + 2}{3{,}14 \cdot 21{,}49} = \frac{44{,}86}{67{,}4786} \approx 0{,}6666$.

0,6666 is ongeveer $\frac{2}{3}$.

c $r = 10$ geeft $V = \frac{2 \cdot 10 + d}{3{,}14 \cdot 10} = \frac{20 + d}{31{,}4} = \frac{20}{31{,}4} + \frac{1}{31{,}4} \cdot d \approx 0{,}032d + 0{,}637$.

Dus $a \approx 0{,}032$ en $b \approx 0{,}637$.

d Los op $\frac{2r + 11{,}55}{3{,}14 \cdot r} = 0{,}944$.

Voer in $y_1 = \frac{2x + 11{,}55}{3{,}14 \cdot x}$ en $y_2 = 0{,}944$.

Intersect geeft $x = 11{,}979...$

$r = 11{,}979...$ m geeft $B = 6{,}28 \cdot 11{,}979... = 75{,}230...$ m

De lengte van een recht stuk is $2 \cdot r + d = 2 \cdot 11{,}979... + 11{,}55 = 35{,}508...$ m.

De totale lengte van de atletiekbaan is $75{,}230... + 2 \cdot 35{,}508... \approx 146{,}2$ m.

Bladzijde 160

24 **a** Los op $33{,}6 \cdot G = 5000$.

$$G = \frac{5000}{33{,}6} \approx 149$$

Hij zou dan $149 - 85 = 64$ kg meer moeten wegen.

b $G = 85$ geeft $E_b = 33{,}6 \cdot 85 = 2856$.

Hij neemt op dag 1 dus $5000 - 2856 = 2144$ kcal te veel.

Dat veroorzaakt een gewichtstoename van $\frac{2144}{7800} \approx 0{,}275$ kg $= 275$ gram.

c $\left.\begin{array}{l} T = 0{,}000128 \cdot (5000 - E_b) \\ E_b = 33{,}6 \cdot G \end{array}\right\}$ $T = 0{,}000128 \cdot (5000 - 33{,}6 \cdot G)$

$T = 0{,}64 - 0{,}0043008 \cdot G$

$T = -0{,}0043008 \cdot G + 0{,}64$

Dus $a = -0{,}0043008$ en $b = 0{,}64$.

25 **a** $R = 100 \cdot \sqrt{\frac{A}{4{,}9}}$

$100 \cdot \sqrt{\frac{A}{4{,}9}} = R$

$\sqrt{\frac{A}{4{,}9}} = \frac{R}{100}$

$\frac{A}{4{,}9} = \left(\frac{R}{100}\right)^2$

$\frac{A}{4{,}9} = \frac{R^2}{10\,000}$

$10\,000A = 4{,}9R^2$

$A = 0{,}00049R^2$

Dus $c = 0{,}00049$.

b $R = 184$ geeft $P = \frac{100}{1 + 2 \cdot 10^9 \cdot 0{,}8866^{184}} \approx 67{,}5$.

67,5% van de mannen heeft een kortere reactietijd dan Henry en is dus sneller dan Henry.

Dus $100\% - 67{,}5\% = 32{,}5\%$ van de mannen is langzamer dan Henry.

12

c Los op $\dfrac{100}{1 + 2 \cdot 10^9 \cdot 0{,}8866^R} = 5$.

Voer in $y_1 = \dfrac{100}{1 + 2 \cdot 10^9 \cdot 0{,}8866^x}$ en $y_2 = 5$.

Intersect geeft $x = 153{,}47\ldots$
$R = 153{,}47\ldots$ geeft $A = 0{,}00049 \cdot 153{,}47\ldots^2 \approx 11{,}54$.
Dus de gemiddelde vangafstand mag maximaal 11,54 cm zijn.

d $\left.\begin{array}{l} R_{95} = R_{\text{gemiddeld}} + 14 + 0{,}5 \cdot (l - 30) \\ R_{\text{gemiddeld}} = 178 + 1{,}2 \cdot (l - 30) \end{array}\right\}$ $R_{95} = 178 + 1{,}2 \cdot (l - 30) + 14 + 0{,}5 \cdot (l - 30)$
$R_{95} = 178 + 1{,}2l - 36 + 14 + 0{,}5l - 15$
$R_{95} = 1{,}7l + 141$

e $R_{95} - R_5 = R_{\text{gemiddeld}} + 14 + 0{,}5 \cdot (l - 30) - (R_{\text{gemiddeld}} - 14 - 0{,}5 \cdot (l - 30))$
$= R_{\text{gemiddeld}} + 14 + 0{,}5 \cdot (l - 30) - R_{\text{gemiddeld}} + 14 + 0{,}5 \cdot (l - 30)$
$= 28 + 0{,}5 \cdot (l - 30) + 0{,}5 \cdot (l - 30)$
$= l - 30 + 28$
$= l - 2$
De richtingscoëfficiënt van $R_{95} - R_5$ is 1, dus deze persoon heeft gelijk.

Bladzijde 162

26 **a** Bij maximale correlatie zijn er geen verschillen.
Als er geen verschillen zijn is v steeds 0, dus is ook v^2 steeds 0 en dan is dus $S = 0$.
$S = 0$ geeft $C = 1 - \dfrac{6 \cdot 0}{n \cdot (n^2 - 1)} = 1$.
Dus de correlatie kan maximaal 1 zijn.

b $C = 1 - \dfrac{6 \cdot S}{7 \cdot (7^2 - 1)} = 1 - \dfrac{6 \cdot S}{336} = 1 - \dfrac{6}{336}S = -\frac{1}{56}S + 1$

Dus $a = -\frac{1}{56}$ en $b = 1$.

c Een mogelijke ranglijst is:

naam kunstrijder	jurylid 2	jurylid 3	v	v^2
Salchow	2	6	4	16
Johansson	3	5	2	4
Thorén	1	7	6	36
Greig	5	3	1	1
March	4	4	0	0
Brokaw	7	1	6	36
Torromé	6	2	4	16
				$S = 109$

Dit voorbeeld geeft $S = 109$ dus $C = 1 - \dfrac{6 \cdot 109}{7 \cdot (7^2 - 1)} = 1 - \dfrac{654}{336} \approx -0{,}95$.

12

Bladzijde 163

27 **a** $S = 804$ en $T = 668$ geeft $P = \dfrac{100 \cdot 804^2}{804^2 + 668^2} \approx 59{,}2$.
Van de in totaal 95 + 67 = 162 gespeelde wedstijden hebben ze er 95 gewonnen, dat is $\dfrac{95}{162} \times 100\% \approx 58{,}6\%$.
Het verschil is 59,2 − 58,6 = 0,6 en dat is inderdaad kleiner dan 1.

b $\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{100 \cdot S^2}{S^2 + T^2} \\ T = 2 \cdot S \end{array}\right\} P = \dfrac{100 \cdot S^2}{S^2 + (2 \cdot S)^2}$

$$P = \frac{100 \cdot S^2}{S^2 + 4 \cdot S^2}$$

$$P = \frac{100 \cdot S^2}{5 \cdot S^2}$$

$$P = \frac{100}{5} = 20$$

c Als V toeneemt dan neemt $V^2 + 1$ toe en dan neemt $\dfrac{100}{V^2 + 1}$ af. Dus dan neemt $100 - \dfrac{100}{V^2 + 1}$ toe.

Dus als V toeneemt dan neemt P toe, ofwel hoe groter V, des te groter is P.

d Los op $100 - \dfrac{100}{V^2 + 1} \geq 95$.

Voer in $y_1 = 100 - \dfrac{100}{x^2 + 1}$ en $y_2 = 95$.

Intersect geeft $x \approx 4{,}4$.

Het team moet dan minimaal 4,4 scorepunten per tegenpunt halen.

Bladzijde 164

28 **a** $1200 \cdot 833 = 999\,600$, $2000 \cdot 500 = 1\,000\,000$, $3200 \cdot 312 = 998\,400$, $6000 \cdot 167 = 1\,002\,000$

Steeds is $T \cdot M \approx 1$ miljoen, dus er is sprake van een evenredig verband.

b Los op $\dfrac{1\,000\,000}{200 + M_f} = 3000$.

Voer in $y_1 = \dfrac{1\,000\,000}{200 + x}$ en $y_2 = 3000$.

Intersect geeft $x \approx 133$.

Dus de miredwaarde van dit filter is 133 mired.

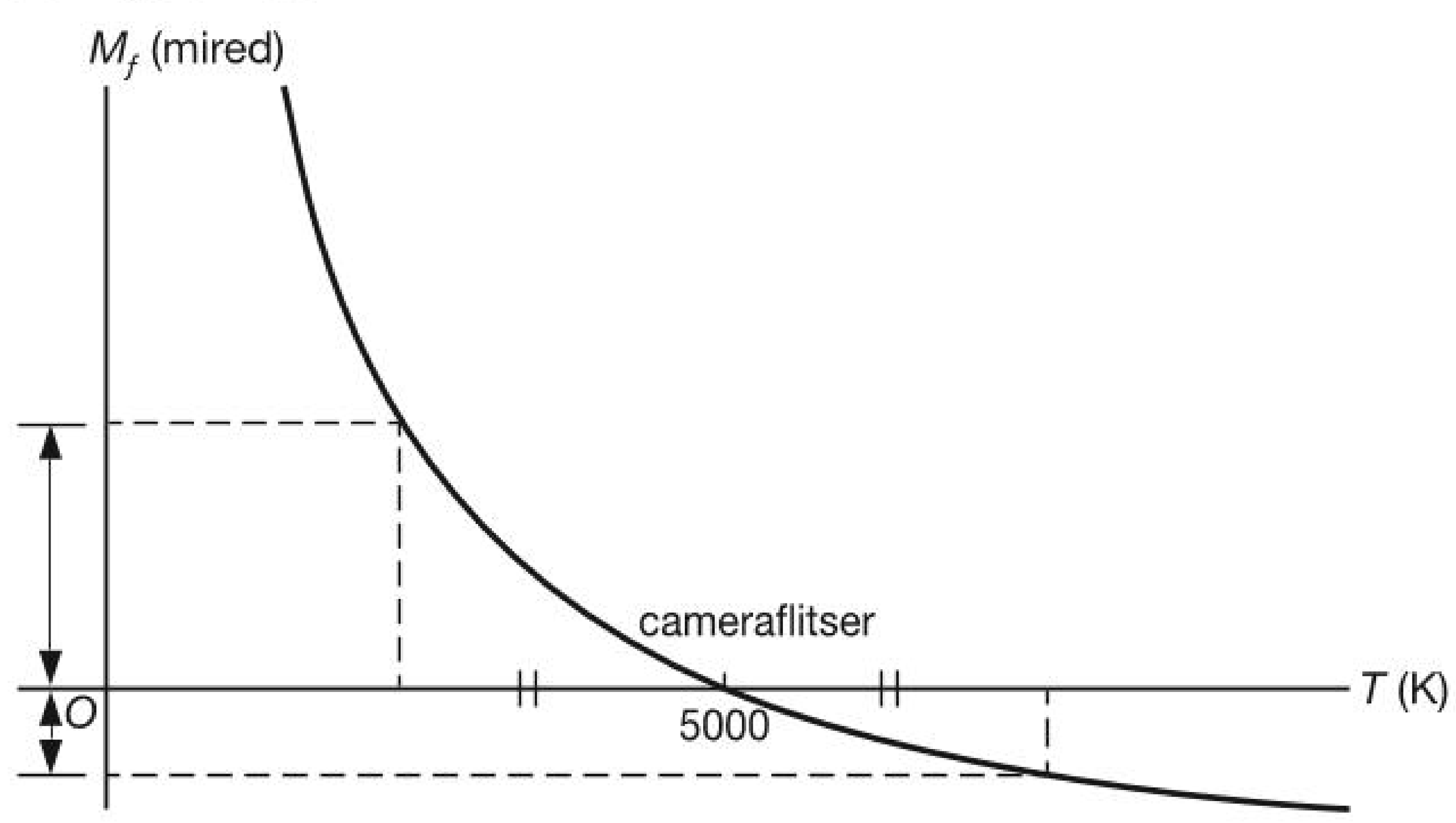
c $T = \dfrac{1\,000\,000}{200 + M_f}$

$$200 + M_f = \frac{1\,000\,000}{T}$$

$$M_f = \frac{1\,000\,000}{T} - 200$$

Bladzijde 165

d



In de figuur is te zien dat de miredwaarden niet evenveel afwijken van nul. Dit komt omdat de grafiek afnemend dalend is.

29 **a** $V = 4$ geeft $M = -0{,}04 \cdot 4^2 + 1{,}05 \cdot 4 + 27{,}2 = 30{,}76$.

$V = 4$ en $M = 30{,}76$ geeft $W = 0{,}29 \cdot 30{,}76 - 0{,}20 \cdot 4 \approx 8{,}12$.

Dus de winst is dan 8,12 euro per koe per dag.

b $W = 0{,}29 \cdot (-0{,}04 \cdot V^2 + 1{,}05 \cdot V + 27{,}2) - 0{,}20 \cdot V$

$\quad = -0{,}0116V^2 + 0{,}3045V + 7{,}888 - 0{,}20V$

$\quad = -0{,}0116V^2 + 0{,}1045V + 7{,}888$

12

Bladzijde 166

30 **a** $L = 60$, $B = 40$ en $d = 25$ geeft $P = 100 \cdot \dfrac{60 \cdot 40 - (60 - 25) \cdot (40 - 25)}{60 \cdot 40} = 78{,}125$.

Dus naar verwachting zal 100% − 78,125% ≈ 21,9% van de worpen een prijs opleveren.

b Er geldt $P = 100 \cdot \dfrac{60 \cdot 40 - (60 - d) \cdot (40 - d)}{60 \cdot 40} = 100 \cdot \dfrac{2400 - (60 - d) \cdot (40 - d)}{2400}$.

Als d toeneemt (maar d kleiner dan 40) dan nemen $60 - d$ en $40 - d$ af (maar blijven positief), dus dan neemtook $(60 - d) \cdot (40 - d)$ af en dus neemt $2400 - (60 - d) \cdot (40 - d)$ toe.

De teller van de breuk $\dfrac{2400 - (60 - d) \cdot (40 - d)}{2400}$ neemt toe en de noemer blijft gelijk dus dan neemt de breuk toe en dan neemt $100 \cdot \dfrac{2400 - (60 - d) \cdot (40 - d)}{2400}$ dus ook toe.

Dus als d toeneemt neemt P toe en dan neemt het percentage worpen dat een prijs oplevert af.

c
$$\left.\begin{array}{l} P = 100 \cdot \dfrac{L \cdot B - (L - d) \cdot (B - d)}{L \cdot B} \\ B = L \end{array}\right\} P = 100 \cdot \dfrac{L \cdot L - (L - d) \cdot (L - d)}{L \cdot L}$$
$$P = 100 \cdot \dfrac{L^2 - (L^2 - dL - dL + d^2)}{L^2}$$
$$P = 100 \cdot \dfrac{L^2 - (L^2 - 2dL + d^2)}{L^2}$$
$$P = 100 \cdot \dfrac{2dL - d^2}{L^2}$$

d $P = 50$ en $L = 75$ geeft $100 \cdot \dfrac{2d \cdot 75 - d^2}{75^2} = 50$.

Voer in $y_1 = 100 \cdot \dfrac{2x \cdot 75 - x^2}{75^2}$ en $y_2 = 50$.

Intersect geeft $x \approx 22$.

De benodigde diameter is 22 cm.

12.4 Groei

Bladzijde 169

31 Aflezen uit de figuur bij $S = 0$ geeft $b = 38$.

$g_{4\,°\mathrm{C}} = \dfrac{5}{38}$

$g_{1\,°\mathrm{C}} = \left(\dfrac{5}{38}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0{,}603$

Bladzijde 170

32 **a** $g_{1200\text{ jaar}} = \dfrac{98}{177}$

$g_{100\text{ jaar}} = \left(\dfrac{98}{177}\right)^{\frac{1}{12}} \approx 0{,}952$

Dus het afnamepercentage per 100 jaar is 4,8%.

b Los op $432 \cdot 0{,}9995^t = 80$.

Voer in $y_1 = 432 \cdot 0{,}9995^x$ en $y_2 = 80$.

Intersect geeft $x \approx 3372$.

Dus in het jaar 3372.

c $t = 2000$ geeft $W = 432 \cdot 0{,}9995^{2000} \approx 159$.

Dus in 2000 waren er 159 onregelmatige werkwoorden en dat was 3% van het totaal aantal werkwoorden.

Het totaal aantal werkwoorden was dus $\dfrac{159}{0{,}03} = 5300$.

d $g_{\text{jaar}} = 0{,}999$

Los op $0{,}999^t = 0{,}5$.

Voer in $y_1 = 0{,}9999^x$ en $y_2 = 0{,}5$.

Intersect geeft $x \approx 6931$.

Het duurt 6931 jaar.

Bladzijde 171

33 **a** $g_{3\text{ dB}} = 0{,}5$
$g_{15\text{ dB}} = 0{,}5^{\frac{15}{3}} \approx 0{,}031$
Dus een afname van de geluidsintensiteit met 97,9%.
b $G = 75$ geeft $I = 31{,}6 \cdot 1{,}259^0 = 31{,}6$.
Bij het beluisteren van haar favoriete nummers is $I = 31{,}6 \cdot 100 = 3160$.
Los op $31{,}6 \cdot 1{,}259^{G-75} = 3160$.
Voer in $y_1 = 31{,}6 \cdot 1{,}259^{x-75}$ en $y_2 = 3160$.
Intersect geeft $x \approx 95$.
Dus ze zet haar mp3-speler dan op 95 dB.

34 **a** $g_{25\text{ jaar}} = \dfrac{83}{30}$
$g_{1\text{ jaar}} = \left(\dfrac{83}{30}\right)^{\frac{1}{25}} \approx 1{,}0415$
Dus het jaarlijkse groeipercentage vanaf 1980 is 4,15%.
b Los op $1{,}042^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}042^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x \approx 16{,}8$.
Dus in 16,8 jaar wordt de bloeiperiode twee keer zo lang.

Bladzijde 172

35 **a** $g_{6\text{ uur}} = 0{,}5$
$g_{24\text{ uur}} = 0{,}5^4 = 0{,}0625$
Dus na 24 uur is nog ongeveer 6,3% in het lichaam aanwezig.
b $g_{7\text{ dagen}} = 0{,}173$
$g_{\text{dag}} = 0{,}173^{\frac{1}{7}} \approx 0{,}778$
Dus een afname van 22,2%.
c Los op $0{,}778^t = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}778^x$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x = 2{,}761...$
Dus na $2{,}761... \cdot 24 \approx 66{,}3$ uur is de hoeveelheid Mo-99 gehalveerd.

36 $g_{\text{minuut}} = 0{,}998$
$g_{\text{uur}} = 0{,}998^{60} \approx 0{,}887$
Dus een afname van 11,3% per uur.

Bladzijde 173

37 $g_{50\text{ jaar}} = \dfrac{0{,}54}{0{,}29}$
$g_{1\text{ jaar}} = \left(\dfrac{0{,}54}{0{,}29}\right)^{\frac{1}{50}} \approx 1{,}0125$
Dus inderdaad een toename van ongeveer 12,5% per jaar.

38 **a** $g_{42\text{ jaar}} = \dfrac{9600}{1000} = 9{,}6$
$g_{1\text{ jaar}} = 9{,}6^{\frac{1}{42}} \approx 1{,}055$
Dus in deze periode is de toename 5,5% per jaar.
b $g_{\text{jaar}} = 1{,}08$
Op 1 januari 2034 is het totaal aantal centenarians $9600 \cdot 1{,}08^{25} \approx 65\,745$.
$\frac{7}{8} \cdot 65\,745 \approx 57\,527$, dus het aantal vrouwelijke centenarians is ongeveer 57 500.

Bladzijde 174

39 **a** $g_{8\text{ jaar}} = \dfrac{20}{12}$
$g_{1\text{ jaar}} = \left(\dfrac{20}{12}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 1{,}066$
Het aantal mobiele telefoons nam jaarlijks met 6,6% toe.

12

b Steeds valt $\frac{7}{8}$ deel af, dus steeds blijft $\frac{1}{8}$ deel over.
Los op $300\,000 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1$.
Voer in $y_1 = 300\,000 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x$ en $y_2 = 1$.
Intersect geeft $x \approx 6$.
Dus 6 keer een cijfer intoetsen.

12.5 Statistiek

Bladzijde 181

40 **a** In figuur 12.26 is te zien dat de verdeling van ELK meer naar links ligt dan de verdeling van AZM.
Het 1e kwartiel (en de mediaan en het 3e kwartiel) is bij ELK dus kleiner dan bij ELM, dus serie I hoort bij ELK.

b In figuur 12.26 is te zien dat de verdeling van AZM rechtsscheef is. De mediaan ligt dus links van het gemiddelde en is dus kleiner dan het gemiddelde.

c $\hat{p} = \dfrac{11\,363}{996\,734} = 0{,}0114...$, dus het woordje 'geen' komt naar verwachting
$0{,}0114 \cdot 10\,000 \approx 114$ keer voor.

$$\sigma = \sqrt{\frac{0{,}0114... \cdot 0{,}9885...}{996\,734}} = 0{,}000106...$$

$\hat{p} - 2\sigma = 0{,}0114... - 2 \cdot 0{,}000106... \approx 0{,}111...$
$\hat{p} + 2\sigma = 0{,}0114... + 2 \cdot 0{,}000106... \approx 0{,}116...$
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de proportie is [0,111...; 0,116...].
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het aantal keer 'geen' per 10 000 woorden is $[0{,}111... \cdot 10\,000;\ 0{,}116... \cdot 10\,000] \approx [112, 116]$.

d Voor algemene teksten van 996 734 woorden zijn de frequenties van de drie meest gebruikte woorden $\dfrac{88\,000}{1} = 88\,000$, $\dfrac{88\,000}{2} = 44\,000$ en $\dfrac{88\,000}{3} \approx 29\,333$.

De cumulatieve frequenties zijn dus 88 000, 132 000 en 161 333 en de relatieve cumulatieve frequenties zijn $\dfrac{88\,000}{996\,734} \times 100\% \approx 8{,}8\%$,

$\dfrac{132\,000}{996\,734} \times 100\% \approx 13{,}2\%$ en $\dfrac{161\,333}{996\,734} \times 100\% \approx 16{,}2\%$.

Je krijgt

rang	cumulatief percentage bij medische teksten	cumulatief percentage bij algemene teksten	*Vcp*
1	4,0	8,8	4,8
2	7,7	13,2	5,5 ← *max.Vcp*
3	11,1	16,2	5,1

Omdat $max.Vcp \leq 20$, is het verschil gering.

e $r = 100$ geeft $f = \dfrac{88\,000}{100} = 880$.
Aflezen in figuur 12.27 geeft bij rangnummer 100 een frequentie van ongeveer 2000.
Het woord met rangnummer 100 komt bij medische teksten $\dfrac{2000 - 880}{880} \times 100\% \approx 127\%$ vaker voor.

Bladzijde 184

41 **a** geslacht en voorkeurshand
Beide variabelen zijn nominaal, want in de waarden van beide variabelen zit geen volgorde.

b $phi = \dfrac{5 \cdot 30 - 29 \cdot 2}{\sqrt{(5 + 29)(30 + 2)(5 + 2)(29 + 30)}} = \dfrac{92}{\sqrt{34 \cdot 32 \cdot 7 \cdot 59}} \approx 0{,}14$
Omdat $-0{,}2 < phi < 0{,}2$ is het verschil gering.

12

c De breedte van het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de mannen is $4 \cdot \dfrac{5{,}8}{\sqrt{34}} \approx 3{,}98$.

Voor de vrouwen is dat $4 \cdot \dfrac{8{,}1}{\sqrt{32}} \approx 5{,}73$.

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de mannen is dus het smalst.
Een 95%-betrouwbaarheidsinterval in deze context geeft aan dat met 95% zekerheid de werkelijke gemiddelde lichaamslengte (in cm) in het betreffende interval ligt.

d Als één of beide standaardafwijkingen groter worden, wordt in de formule van de effectgrootte de noemer groter. De teller blijft gelijk, dus de effectgrootte wordt dan kleiner.
Hoe kleiner de effectgrootte, hoe kleiner het verschil. Dus bij grotere standaardafwijkingen wordt het verschil kleiner.

e $E = \dfrac{183{,}8 - 170{,}8}{\frac{1}{2}(5{,}8 + 8{,}1)} \approx 1{,}9$

Omdat $E > 0{,}8$ is het verschil groot.
Met de boxplots krijg je:
- De boxen overlappen elkaar.
- Er is een mediaan die buiten de box van de andere boxplot ligt.

Dus het verschil is middelmatig.

f De effectgrootte is veel groter dan de grenswaarde 0,8, terwijl de boxen van de boxplots elkaar maar voor een heel klein deel overlappen. Als de boxen elkaar niet zouden overlappen, zou je op basis van de boxplots ook de conclusie trekken dat het verschil groot is.
Dus de conclusie dat het verschil groot is is het best te verdedigen.

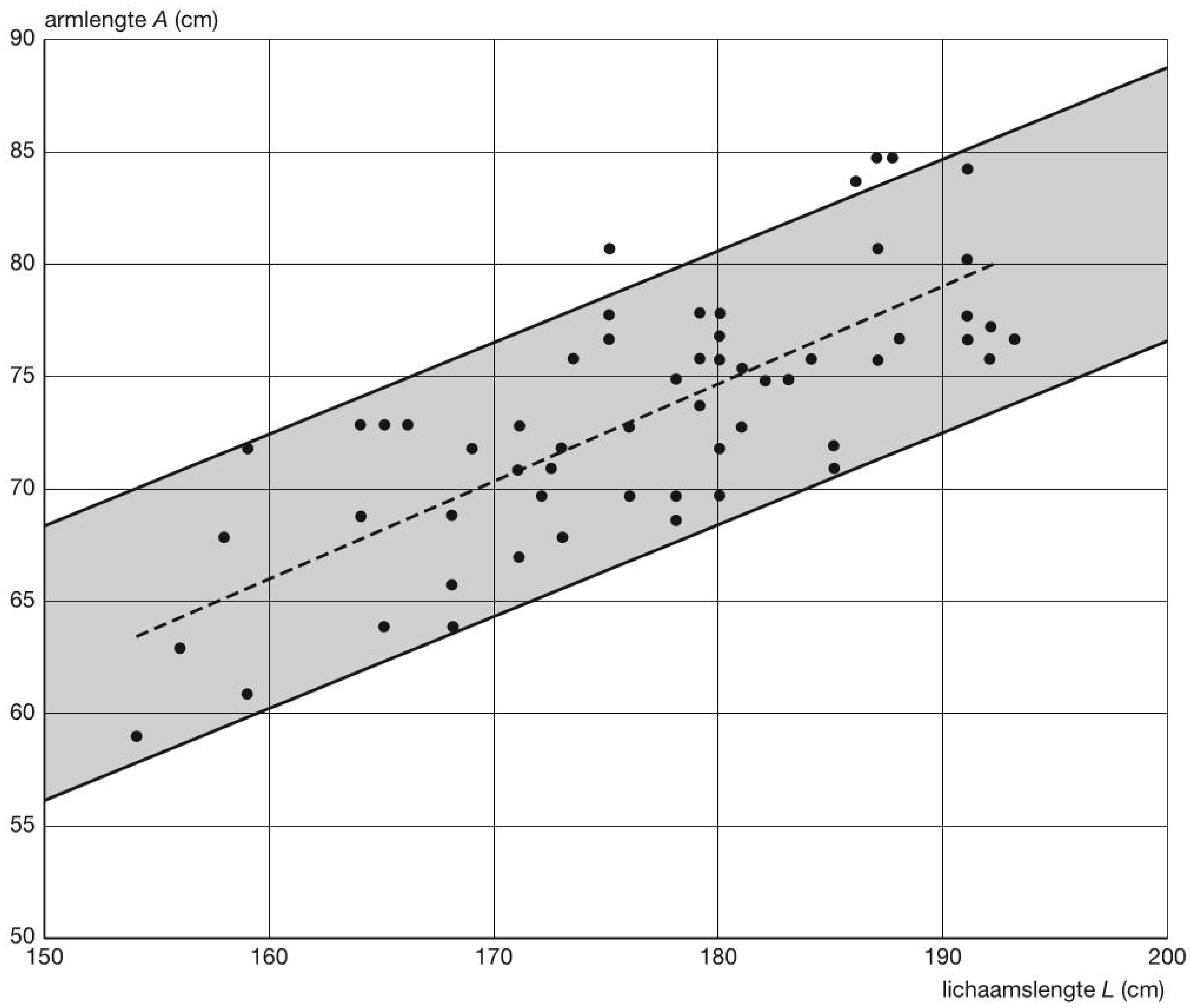
g De lijn gaat door de punten (160, 66) en (190, 79).

Stel $A = aL + b$ met $a = \dfrac{\Delta A}{\Delta L} = \dfrac{79 - 66}{190 - 160} = 0{,}433...$

$$\left.\begin{array}{l} A = 0{,}433... \cdot L + b \\ L = 160 \text{ en } A = 66 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}433... \cdot 160 + b = 66 \\ 69{,}33... + b = 66 \\ b = -3{,}33 \end{array}$$

Dus $A = 0{,}43L - 3{,}33$.

h De middelste 95% van de waarnemingen ligt hoogstens twee standaardafwijkingen, dus 6 cm, van het gemiddelde, ofwel van de lijn af.



12

Bladzijde 186

42 **a** De scheiding tussen korte en lange tussentijden ligt bij ongeveer $E = 63{,}75$.
De totale frequentie van de korte tussentijden is $2 + 3 + 3 + 19 + 8 + 11 + 7 + 10 + 4 = 67$, dus de totale frequentie van de lange tussentijden is $222 - 67 = 155$.
Een schatting van de verhouding kort : lang is dus 67 : 155 (≈ 1: 2,3).

b Aflezen van de waarde van D bij de twee laagste punten in figuur 12.31 geeft voor beide punten $D = 1{,}8$. Dus de tijdsduur van deze twee uitbarstingen is 1,8 minuten.

c

informatie	Af te lezen uit figuur 12.30 of figuur 12.31 of uit beide?
1	figuur 12.31
2	beide figuren
3	niet af te lezen
4	figuur 12.31

d Een schatting van de gemiddelde tijdsduur van een uitbarsting is ongeveer 3,5 minuten.
Gemiddeld duurt een uitbarsting inclusief tussentijd dan dus $70 + 3{,}5 = 73{,}5$ minuten.
In een dag zitten $24 \cdot 60 = 1440$ minuten, dus het aantal uitbarstingen is ongeveer $\frac{1440}{73{,}5} \approx 20$.

e De best passende lijn gaat door (2,5; 60) en door (4,5; 80).
Stel $E = aD + b$ met $a = \frac{\Delta E}{\Delta D} = \frac{80 - 60}{4{,}5 - 2{,}5} = 10$.

$$\left.\begin{array}{l} E = 10D + b \\ D = 4{,}5 \text{ en } A = 80 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 10 \cdot 4{,}5 + b = 80 \\ 45 + b = 80 \\ b = 35 \end{array}$$

Dus $E = 10D + 35$.

f $D = 4{,}3$ geeft $E = 10 \cdot 4{,}3 + 35 = 78$.
De toerist moet dus $78 - 15 = 63$ minuten later bij de Old Faithful zijn.
Dat is om 12:10 uur.

Bladzijde 188

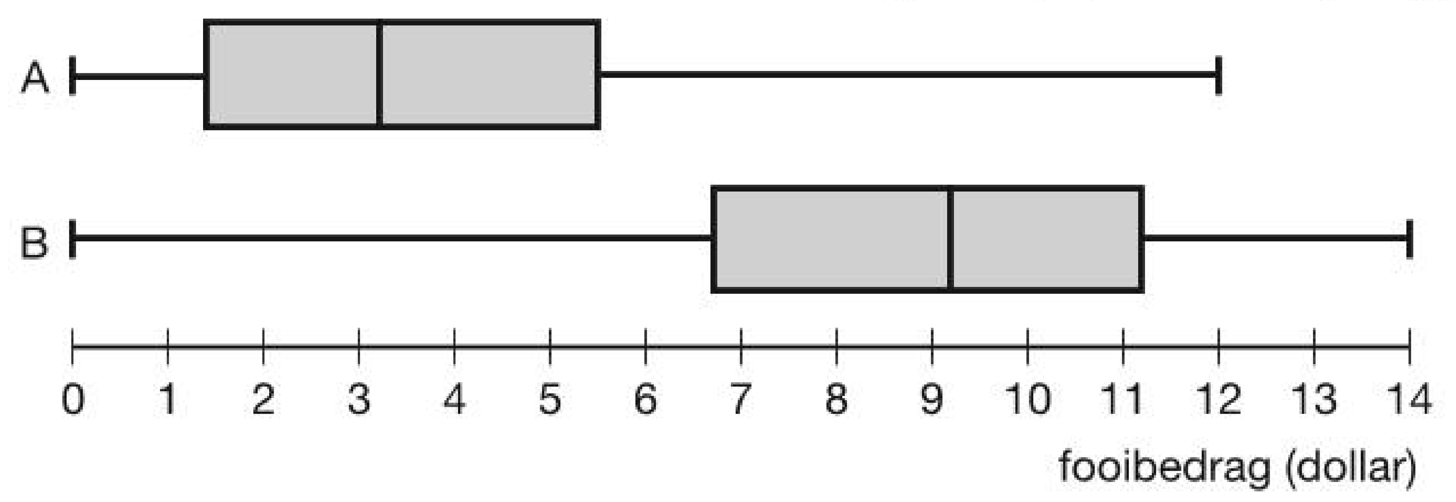
43 **a** De polygoon van restaurant B ligt geheel rechts van die van A, dus bij B horen bij grotere fooibedragen grotere frequenties dan bij A.
Bij B werd in totaal dus meer fooi gegeven.

b Bij A was dat 90% − 80% = 10% en bij B was dat 35% − 20% = 15%.
Dus bij restaurant B werden er relatief meer fooien tussen 6 en 8 dollar gegeven.

c Bij de polygoon van A aflezen bij 75% geeft 5,5 dollar. Dus 75% van de fooien bij A waren minder dan 5,5 dollar.
Bij de polygoon van B aflezen bij 25% geeft 6,7 dollar. Dus 75% van de fooien bij B waren minstens 6,7 dollar.
5,5 is kleiner dan 6,7 dus ruim 75% (driekwart) van de fooien bij B waren hoger dan de 75% laagste fooien bij A.

d De Vcp is maximaal bij 6 dollar.
$max.Vcp = 80\% - 20\% = 60\%$.
Omdat $max.Vcp > 40\%$ is het verschil groot.

Voor restaurant A is minX = 0, $Q_1 \approx 1{,}4$, med ≈ 3,2, $Q_3 \approx 5{,}5$ en maxX = 12.
Voor restaurant B is minX = 0, $Q_1 \approx 6{,}7$, med ≈ 9,2, $Q_3 \approx 11{,}2$ en maxX = 14.



De boxen overlappen elkaar niet, dus het verschil is groot.

44 **a** Het percentage afgekeurde vluchten in serie A was $\frac{29}{80} \times 100\% = 36{,}25\%$.

Het percentage afgekeurde vluchten in het gehele onderzoek was $\frac{66}{640} \times 100\% = 10{,}3125\%$.

Het percentage afgekeurde vluchten in serie A was $\frac{36{,}25}{10{,}3125} \approx 3{,}5$ keer zo groot als in het gehele onderzoek.
Op de puntjes moet dus het getal 3,5 staan.

b $E = \frac{6541 - 3840}{\frac{1}{2}(1354 + 512)} \approx 2{,}9$

Omdat $E > 0{,}8$ is het verschil groot.

c Bij serie A is het gemiddelde groter dan de mediaan, dus de verdeling moet rechtsscheef zijn.
Schets 1 past het best bij serie A.

d
- De boxen overlappen elkaar.
- Er is een mediaan die buiten de box van de andere boxplot ligt.

Dus het verschil is middelmatig.

e De kortste vluchtduur is ongeveer 110 seconden.
Deze hommel had dus 110 seconden nodig om de route te vliegen en de suikeroplossing uit de zes bloemen te halen.
In totaal vloog deze hommel dus $110 - 5 \cdot 6 = 80$ seconden.
Zijn gemiddelde vliegsnelheid was $\frac{2462}{80} \approx 30{,}8$ cm/s.

f Voorbeelden van goede argumenten zijn:
- Uit de eerste tabel volgt dat het aantal afgekeurde vluchten afneemt.
- Uit de tweede tabel volgt dat het aantal keren dat de kortste route wordt gevonden toeneemt.
- Uit de tweede tabel volgt dat de gemiddelde afgelegde afstand per goedgekeurde vlucht afneemt.
- Uit de tweede tabel en uit de boxplots volgt dat de mediaan van de afgelegde afstand per goedgekeurde vlucht afneemt.

Bladzijde 191

45 **a** $\hat{p} = 0{,}092$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0{,}092 \cdot 0{,}908}{2700}} = 0{,}0055...$, dus $2\sigma = 2 \cdot 0{,}0055... \approx 0{,}011$.
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de proportie is dus $0{,}092 \pm 0{,}011$.
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de kijkdichtheid is dus $9{,}2 \pm 1{,}1$.

b Breedte van het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de kijkdichtheid kleiner dan 2, dus breedte van het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de proportie kleiner dan 0,02.

Los op $4\sigma < 0{,}02$ ofwel $4 \cdot \sqrt{\frac{0{,}092 \cdot 0{,}908}{n}} < 0{,}02$.

Voer in $y_1 = 4 \cdot \sqrt{\frac{0{,}092 \cdot 0{,}908}{x}}$ en $y_2 = 0{,}02$.

Intersect geeft $x \approx 3341$.
Dus er moeten minstens 3350 personen in de steekproef zitten.

c Alleenstaanden hebben een grotere kans om in de steekproef te zitten.
Hierdoor is de steekproef niet aselect.

d Als mensen zichzelf opgeven, ontstaat er geen representatieve groep.
Mensen die minder gemotiveerd zijn om aan een dergelijk onderzoek mee te doen zijn waarschijnlijk ondervertegenwoordigd.

e Deze stap zorgt voor selectie uit zowel grote steden als kleine dorpen als plaatsen met een tussenliggende grootte. Dit draagt bij aan de representativiteit, dus aan de kwaliteit van de steekproef.

12.6 De pilotexamens van 2015

Bladzijde 192

1 De toename in de periode 1998-2007 was gemiddeld $\frac{24{,}5 - 32}{9} = -0{,}83...$ kg per jaar.

In 2015 is de gebruikte hoeveelheid gif dus $24{,}5 - 8 \cdot 0{,}83... \approx 17{,}8$ kg.

Bladzijde 193

2 In Flevoland was het aantal bespuitingen 16. In de Noordoostpolder was dit aantal 11.
Wat betreft het aantal bespuitingen heeft boer Jacobs dus gelijk.
De gemiddelde kosten per bespuiting waren in Flevoland $\frac{620}{16} = 38{,}75$ euro en in de Noordoostpolder $\frac{365}{11} \approx 33{,}18$ euro.
Dus ook wat betreft de kosten heeft boer Jacobs gelijk.

3 Zonder biologische boeren zou er $24{,}5 \cdot 20\,700 = 507\,150$ kg gif gespoten worden.
Met biologische boeren hoeft maar $20\,700 - 680 = 20\,020$ ha bespoten te worden, maar wel met 20% meer gif. Dat komt neer op $1{,}2 \cdot 24{,}5 \cdot 20\,020 = 588\,588$ kg gif.
Dit is een toename van $\frac{588\,588 - 507\,150}{507\,150} \times 100\% \approx 16{,}1\%$.

4 Exponentiële groei, dus $N = b \cdot g^t$.
$g_{12\text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}059$ en $b = 680$.
Dus $N = 680 \cdot 1{,}059^t$.
10% van de totale oppervlakte is $0{,}1 \cdot 20\,700 = 2070$.
Los op $680 \cdot 1{,}059^t = 2070$.
Voer in $y_1 = 680 \cdot 1{,}059^x$ en $y_2 = 680$.
Intersect geeft $x \approx 19{,}1$.
Dus in 2027 voor het eerst.

Bladzijde 194

5 Bij −2 °C is de smeltcapaciteit 26 kg sneeuw per kg zout.
Per vierkante meter ligt 0,2 kg sneeuw en wordt er 15g zout gestrooid.
Bij −2 °C kun je met 15 g zout $26 \cdot 0{,}015 \approx 0{,}39$ kg sneeuw laten smelten.
De dosering is dus hoog genoeg om alle sneeuw te laten smelten.

6 Kies een goed afleesbaar punt op de grafiek, bijvoorbeeld (−2, 26).

$$\left.\begin{array}{l} S = \dfrac{\ldots}{(-T)^{0,9}} \\ T = -2 \text{ en } S = 26 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \dfrac{\ldots}{2^{0,9}} = 26 \\ \ldots = 26 \cdot 2^{0,9} \approx 49 \end{array}$$

Op de puntjes moet 49 staan.

7 $D = 15$ en $H = 0{,}2$ geeft $V = 3{,}72 \cdot \frac{15}{58{,}5 \cdot 0{,}2} \approx 5$.
Het vriespunt is dan $0 - 5 = -5$ °C.

8

$$\left.\begin{array}{l} V = 3{,}72 \cdot \dfrac{D}{58{,}5 \cdot H} \\ V = 4{,}5 \end{array}\right\} 3{,}72 \cdot \dfrac{D}{58{,}5 \cdot H} = 4{,}5$$

$$\frac{D}{58{,}5 \cdot H} = \frac{4{,}5}{3{,}72}$$

$$3{,}72D = 263{,}25H$$

$$D \approx 70{,}8 \cdot H$$

Dus $D = 70{,}8 \cdot H$.

Bladzijde 195

9 Bij een snelheid van 110 km/uur doe je $\frac{1}{110}$ uur over een km.
Bij een snelheid van 80 km/uur doe je $\frac{1}{80}$ uur over een km.
Het verschil is dus $\frac{1}{80} - \frac{1}{110} = 0{,}003...$ uur $= 3600 \cdot 0{,}003... \approx 12$ seconden.

10 Stel $P_{\text{motor}} = a \cdot t + b$.
$a = \frac{\Delta P_{\text{motor}}}{\Delta t} = \frac{110}{60} \approx 1{,}83$, omdat de motor 110 km in 60 minuten rijdt.
$b = 0{,}4$, omdat de motor op $t = 0$ langs hectometerpaaltje 0,4 rijdt.
Dus $P_{\text{motor}} = 1{,}83t + 0{,}4$.

12

11 Los op $1{,}83t + 0{,}4 = 1{,}33(t + 2) + 0{,}4$.
Voer in $y_1 = 1{,}83x + 0{,}4$ en $y_2 = 1{,}33(x + 2) + 0{,}4$.
Intersect geeft $x = 5{,}32$.
Dus na 6 minuten is de motorrijder de auto gepasseerd.

12 $D = P_{\text{motor}} - P_{\text{auto}}$
$D = 1{,}83t + 0{,}4 - (1{,}33(t + 2) + 0{,}4)$
$D = 1{,}83\text{t} + 0{,}4 - (1{,}33t + 2{,}66 + 0{,}4)$
$D = 1{,}83t + 0{,}4 - 1{,}33t - 2{,}66 - 0{,}4$
$D = 0{,}5t - 2{,}66$

Bladzijde 196

13 $g_{43 \text{ maanden}} = \frac{244}{5{,}5}$, dus $g_{\text{maand}} = \left(\frac{244}{5{,}5}\right)^{\frac{1}{43}} \approx 1{,}092$.
Het groeipercentage was 9,2%.

14 Het verschil tussen 1 augustus 2010 en 1 juli 2009 is 13 maanden.
De gemiddelde toename per maand was $\frac{493 - 244}{13} = 19{,}1...$ miljoen actieve gebruikers.
1 december 2013 is $4 + 3 \cdot 12 = 40$ maanden na 1 augustus 2010.
Het aantal actieve gebruikers zal dus $493 + 40 \cdot 19{,}1\ldots \approx 1259$ miljoen zijn.

15 Los op $\frac{4500}{5 + 310 \cdot 0{,}926^t} = 730$.
Voer in $y_1 = \frac{4500}{5 + 310 \cdot 0{,}926^x}$ en $y_2 = 730$.
Intersect geeft $x \approx 72{,}6$.
Dus voor $t = 73$.

16 Als t toeneemt, dan neemt $0{,}926^t$ af. Dus $310 \cdot 0{,}926^t$ neemt dan af en ook $5 + 310 \cdot 0{,}926^t$ neemt dan af.
Je deelt 4500 dus door een steeds kleiner getal.
Dus $A = \frac{4500}{5 + 310 \cdot 0{,}926^t}$ neemt toe.
Als t heel groot is, dan is $0{,}926^t \approx 0$ en ook $310 \cdot 0{,}926^t \approx 0$.
Dus dan is $5 + 310 \cdot 0{,}926^t \approx 5$ en $A \approx \frac{4500}{5} = 900$.
De grenswaarde is 900 miljoen.

Bladzijde 197

21 Joris wil in 6 jaar tijd maximaal $6 \cdot 12 \cdot 450 = 32\,400$ euro uitgeven aan een auto.
Als Joris de auto niet zou kopen is zijn renteopbrengst $12\,500 \cdot 1{,}025^6 - 12\,500 \approx 1996{,}17$ euro.
De aanschafkosten en belasting voor 6 jaar bedragen $12\,500 + 6 \cdot 4 \cdot 141 = 15\,884$ euro.
Voor de benzine is hij $6 \cdot \frac{10\,000}{12} \cdot 1{,}75 = 8750$ euro kwijt.
De verzekeringskosten, garagekosten en pechhulp kosten hem $6(782 + 965) = 10\,482$ euro.
Joris zal zijn banden, voor de verwachte 60 000 km, één keer moeten vervangen voor $4 \cdot 130 = 520$ euro.
De totale kosten minus de verkoopwaarde van de auto na 6 jaar bedragen dan
$1996{,}17 + 15\,884 + 8750 + 10\,482 + 520 - 2750 = 34\,882{,}17$ euro.
Dat is meer dan Joris wilde uitgeven aan een auto, dus Joris zal de auto niet willen kopen.

Bladzijde 198

1 In 1998 hadden $0{,}04 \cdot 5\,056\,000 = 202\,240$ mannen obesitas.
In 2004 hadden $0{,}10 \cdot 6\,211\,000 = 621\,100$ mannen obesitas.
De toename is $\frac{621\,100 - 202\,240}{202\,240} \times 100\% \approx 207{,}1\%$.

Bladzijde 199

2 De vrouw had een BMI van 69,1.
Haar overtollige BMI was dus $69{,}1 - 25 = 44{,}1$.
Haar overtollige BMI is 58% afgenomen, dus een afname van $0{,}58 \cdot 44{,}1 \approx 25{,}6$.
Haar BMI is dus $69{,}1 - 25{,}6 = 43{,}5$.

3 Voor een gezond gewicht moet het VOB minstens 100% zijn.
De hoogste VOB was 97,8%, dus de conclusie is juist.

4 Voer in $y_1 = 1{,}5 \cdot 0{,}85^x$.
Maak een tabel vanaf $x = 1$ met stapgrootte 1.

x	1	2	3	4	5	6
y_1	1,28	1,08	0,92	0,78	0,67	0,57

De totale afname in 6 weken tijd is 1,28 + 1,08 + 0,92 + 0,78 + 0,67 + 0,57 = 5,3.
Zijn BMI na 6 weken was 41,2 − 5,3 = 35,9.

5 $L = 1{,}80$ geeft $T = 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{1{,}80}{9{,}81}} = 2{,}69....$

Per minuut zwaait de schommel dus $\frac{60}{2{,}69...} \approx 22$ keer heen en weer.

6 $T = 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{L}{9{,}81}}$

$\frac{T}{6{,}28} = \sqrt{\frac{L}{9{,}81}}$

$\left(\frac{T}{6{,}28}\right)^2 = \frac{L}{9{,}81}$

$\frac{T^2}{6{,}28^2} = \frac{L}{9{,}81}$

$39{,}4384L = 9{,}81 \cdot T^2$

$L \approx 0{,}249T^2$

7 $T = 3$ geeft $L = 0{,}249 \cdot 3^2 \approx 2{,}24$.
Voor grotere waarden van T zal L groter zijn.
De maximale touwlengte is 2,70 − 0,25 = 2,35 m.
Het schommeltouw moet dus minimaal 2,24 m en maximaal 2,35 m lang zijn.

Bladzijde 200

8 $L = 2{,}33$ geeft $U = 0{,}867 \cdot 2{,}33 + 1{,}75 \approx 3{,}77$.
De oppervlakte van de ondergrond is dus $2 \cdot 3{,}77 \cdot 3{,}00 = 22{,}62$ m^2.
De kosten bedragen $22{,}62 \cdot 38 = 859{,}56$ euro.

9 $K = 38 \cdot 2U \cdot 3{,}00 = 228U$

$\left.\begin{array}{l} K = 228U \\ U = 0{,}867L + 1{,}75 \end{array}\right\} \begin{array}{l} K = 228(0{,}867L + 1{,}75) \\ K \approx 198L + 399 \end{array}$

Dus $a \approx 198$ en $b = 399$.

Bladzijde 201

13 Een gordijn met een stofbreedte van 140 cm is het breedst bij een zo klein mogelijke plooiverhouding.
Dus $\frac{140}{2} = 70$ cm is de maximale breedte.

14 $G = 275$, $S = 140$ en $P = 2{,}5$ geeft $B = \frac{275}{140 - 7} \cdot 2{,}5 \approx 5{,}2$.
Er zijn dus 6 banen stof nodig.

15 $G = 280$, $S = 90$ en $P = 2$ geeft $B = \frac{280}{90 - 7} \cdot 2 \approx 6{,}7$.
Er zijn dus 7 banen stof nodig.
Karen heeft 1,70 + 0,30 = 2 strekkende meter stof nodig per baan.
De totale kosten zijn $7{,}2 \cdot 12{,}95 = 181{,}30$ euro.

16 $P = 2{,}5$

$$\left.\begin{array}{l} P = 2{,}5 \\ B = \dfrac{G}{S-7} \cdot P \end{array}\right\} B = \dfrac{G}{S-7} \cdot 2{,}5$$

$$\frac{B}{2{,}5} = \frac{G}{S-7}$$

$$2{,}5G = B(S-7)$$

$$G = 0{,}4B(S-7)$$

Dus $G = 0{,}4B(S-7)$.

Bladzijde 202

17 De totaal terug te betalen bedragen zijn 125,00 euro, 312,50 euro, 375,00 euro en 468,75 euro.

$\dfrac{125{,}00}{100{,}00} = 1{,}25 \qquad \dfrac{312{,}50}{250{,}00} = 1{,}25 \qquad \dfrac{375{,}00}{300{,}00} = 1{,}25 \qquad \dfrac{468{,}75}{375{,}00} = 1{,}25$

Er is een vaste verhouding tussen de totaal terug te betalen kosten en het te lenen bedrag, dus er is sprake van een recht evenredig verband.

18 $g_{30\text{ dagen}} = \dfrac{312{,}50}{250} = 1{,}25$

$g_{\text{dag}} = 1{,}25^{\frac{1}{30}} \approx 1{,}00747$

Dus een dagelijkse toename van 0,747%.

19 $g_{30\text{ dagen}} = 1{,}25$

$g_{\text{dag}} = 1{,}25^{\frac{1}{30}}$

$g_{\text{jaar}} = \left(1{,}25^{\frac{1}{30}}\right)^{365} \approx 15{,}103$

Het groeipercentage per jaar is 1410,3%.

Bladzijde 203

20 Stel $K = a \cdot L + b$.

$$\left.\begin{array}{l} L = 81{,}30 \text{ en } K = 20{,}20 \\ L = 406{,}50 \text{ en } K = 95 \end{array}\right\} a = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{95 - 20{,}20}{406{,}50 - 81{,}30} = 0{,}230...$$

$$\left.\begin{array}{l} K = 0{,}23L + b \\ L = 81{,}30 \text{ en } K = 20{,}20 \end{array}\right\} 0{,}230... \cdot 81{,}30 + b = 20{,}20$$

$$18{,}7 + b = 20{,}20$$

$$b = 20{,}20 - 18{,}7 = 1{,}50$$

Dus $K = 0{,}23L + 1{,}50$.

Dus $a \approx 0{,}23$ en $b = 1{,}50$.

Bladzijde 204

21 Voor Victor geldt $c = 0{,}296$, omdat hij de 10 km loopt.

Verder lees je in de tabel af dat m in de klasse $51{,}0 - 55{,}9$ ligt.

Er geldt $v = 0{,}296 \cdot 55{,}9 \approx 16{,}55$ km/uur als Victor op zijn best presteert.

Voor Annet geldt $c = 0{,}311$, omdat ze de 5 km loopt.

Verder lees je voor haar in de tabel af dat m in de klasse $27{,}0 - 31{,}4$ ligt.

Er geldt $v = 0{,}311 \cdot 0{,}27 \approx 8{,}40$ km/uur als Annet op haar slechtst presteert.

Dus in dit geval doet Victor er $\dfrac{10}{16{,}55} \cdot 60 \approx 36{,}3$ minuten en Annet er $\dfrac{5}{8{,}4} \cdot 60 \approx 35{,}7$ minuten over.

Zelfs in dit meest ideale geval heeft Victor dus ongelijk.

12

Onderzoeksopgaven

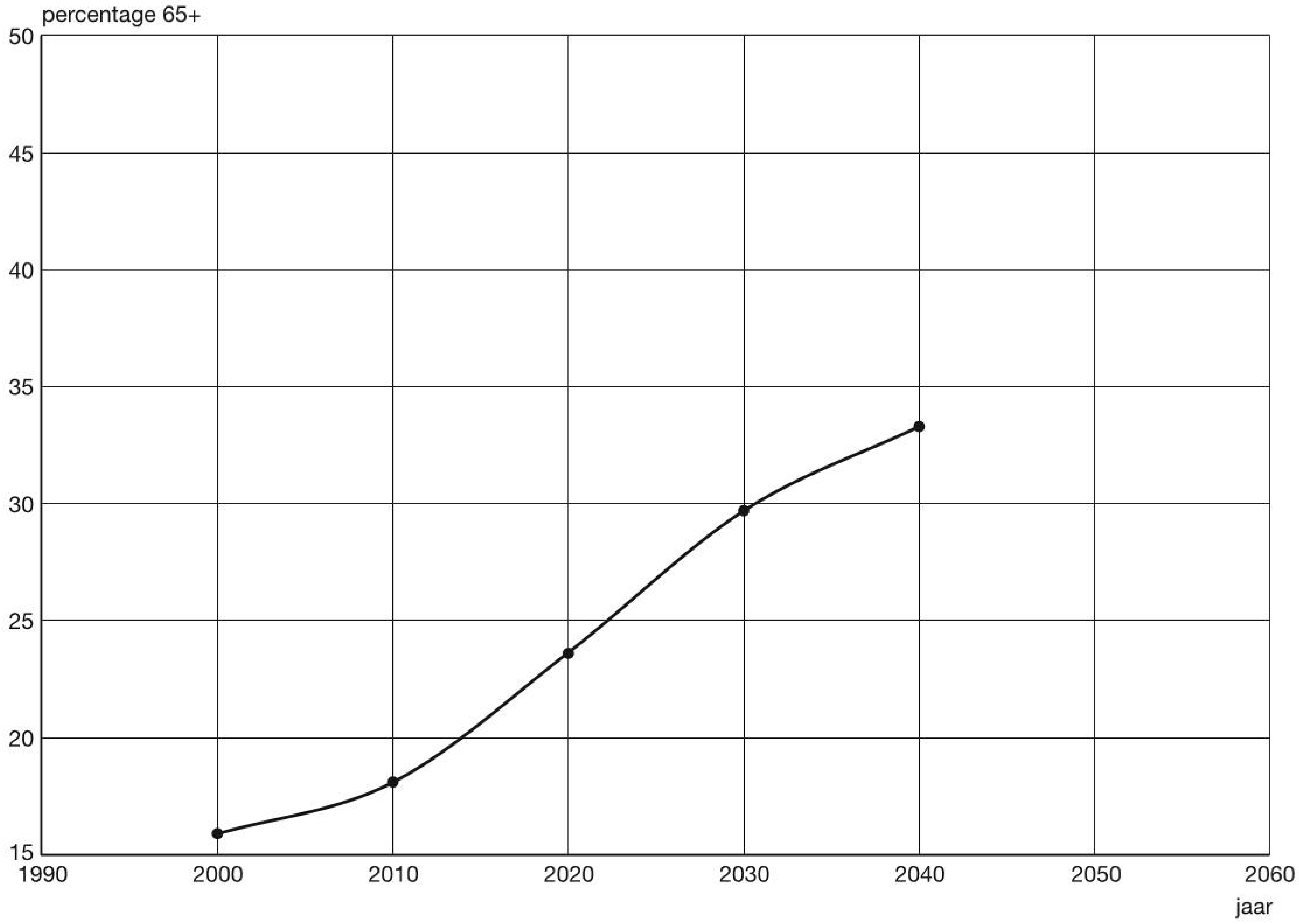
Bladzijde 205

Parkstad Limburg

Maak een tabel met per jaar het percentage 65+.

jaar	0-21	22-64	65+	totaal	percentage
2000	60	152	40	252	15,9
2010	50	140	42	232	18,1
2020	42	126	52	220	23,6
2030	38	104	60	202	29,7
2040	32	88	60	180	33,3

Maak een grafiek waarin je het percentage 65+ uitzet tegen de jaren.



Bepaal het percentage 65+ met behulp van lineair extrapoleren.

In de periode 2030-2040 neemt het percentage 65+ gemiddeld met $\frac{33{,}3 - 29{,}7}{10} = 0{,}36$ per jaar toe.

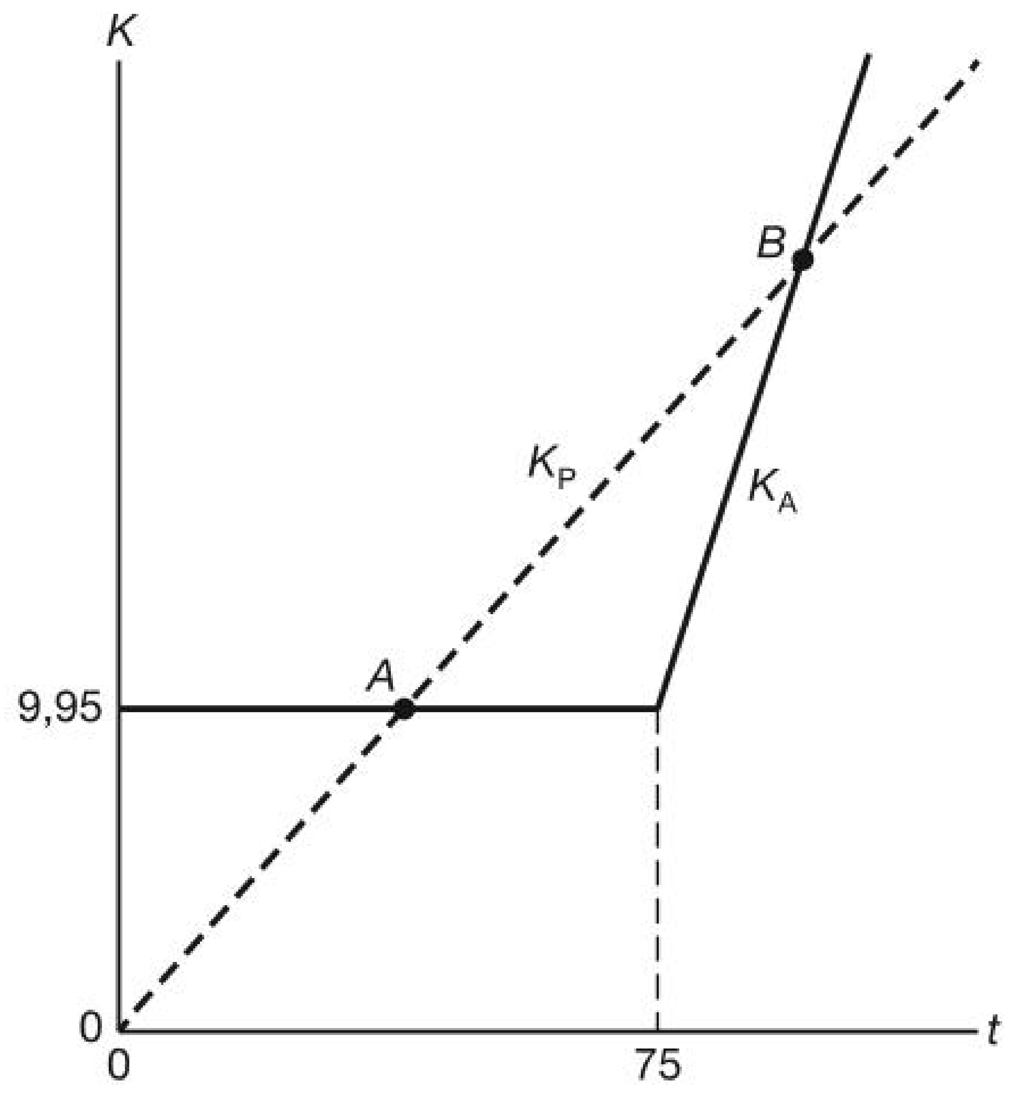
In 2050 zou het percentage 65+ dus $33{,}3 + 10 \cdot 0{,}36 = 36{,}9 \approx 37$ zijn.

Je kunt het percentage 65+ ook schatten met behulp van grafisch extrapoleren, dat geeft ook ongeveer 37%.

Bladzijde 206

Mobiel bellen

Stel het aantal minuten dat oma belt is t en de kosten bij prepaid en abonnement in euro's zijn K_P en K_A.
Een schets van de situatie staat hieronder.



Omdat de kosten bij prepaid steeds 0,15 euro bedragen, is de formule $K_P = 0{,}15t$.
Voor t tussen 0 en 75 is K_A constant, dus $K_A = 9{,}95$.
Om het snijpunt bij A te vinden, moeten we oplossen $0{,}15t = 9{,}95$. Dus $t = \frac{9{,}95}{15} = 66\frac{1}{3}$.
Bij 66 minuten of minder is prepaid dus goedkoper.
Voor $t > 75$ bedragen de kosten per belminuten 0,23 euro.
Stel $K_A = at + b$ met $a = 0{,}23$.

$$\left.\begin{array}{l} K_A = 0{,}23t + b \\ t = 75 \text{ en } K_A = 9{,}95 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}23 \cdot 75 + b = 9{,}95 \\ 17{,}25 + b = 9{,}95 \\ b = -7{,}3 \end{array}$$

Dus $K_A = 0{,}23t - 7{,}3$.
Om het snijpunt bij B te vinden, moeten we oplossen $0{,}23t - 7{,}3 = 0{,}15t$.
$0{,}23t - 7{,}3 = 0{,}15t$
$0{,}08t = 7{,}3$
$t = \frac{7{,}3}{0{,}08} = 91\frac{1}{4}$
Bij 92 belminuten of meer is prepaid dus ook goedkoper.
Een prepaid abonnement is dus goedkoper bij hoogstens 66 of minstens 92 belminuten.

Gewichtloosheid ervaren

Invullen $t = 0$ geeft $h = 7600$.
Bij een gewichtloze periode van 20 seconden moet gelden dat invullen van $t = 20$ weer geeft $h = 7600$.
Los op $-9{,}81 \cdot 20^2 + 0{,}38 \cdot v \cdot 20 + 7600 = 7600$
$-3924 + 7{,}6v = 0$
$7{,}6v = 3924$
$v = \frac{3924}{7{,}6} \approx 516{,}3$
Omdat het vliegtuig bij een hogere snelheid later zijn top zal bereiken, kun je zien dat bij hogere snelheden de gewichtloze periode langer zal duren. Dus voor snelheden boven 516,3 km/uur zal de gewichtloze periode minstens 20 seconden duren.

Bladzijde 207

Reclamefolders

- In $\frac{5}{6} \cdot 2{,}618 = 2{,}18...$ miljoen eenpersoonshuishoudens worden folders ontvangen.
- In $\frac{5}{6} \cdot (7{,}313 - 2{,}618) = 3{,}91...$ miljoen meerpersoonshuishoudens worden folders ontvangen.
- $2{,}18\ldots + 2{,}3 \cdot 3{,}91... = 11{,}18...$ miljoen personen ouder dan 16 ontvangen de folders.
- Driekwart van deze personen, ofwel $\frac{3}{4} \cdot 11{,}18... = 8{,}38...$ miljoen personen bekijken de folders.
- Er gaan vervolgens 2,26... miljoen personen tot actie over.
- Van de Nederlandse bevolking gaat dus $\frac{2{,}26}{16{,}53} \times 100\% \approx 13{,}7\%$ tot actie over.

De conclusie in het onderzoek lijkt dus sterk afgerond, maar niet onjuist.

Bladzijde 208

Kunstwerk

Doordat er elke fase rondom de kleinste vierkantjes 8 kleinere vierkantjes bijkomen, wordt dit aantal elke fase met 8 vermenigvuldigd. De invulling van de tabel wordt daardoor zoals hieronder.

fase	0	1	2	3	4	5	6
aantal nieuwe gekleurde vierkantjes	-	1	8	64	512	4096	32 768
totaal aantal gekleurde vierkantjes	0	1	9	73	585	4681	37 449

Het kunstwerk bevat uiteindelijk dus 37 449 gekleurde vierkantjes.
Doordat elk vierkantje elke fase $\frac{1}{9}$ deel van het omringende gebied vult (zie figuur fase 1 in de opgave) wordt de hoeveelheid wit elke stap met $\frac{8}{9}$ vermenigvuldigd. Het aandeel wit na 6 fasen is dus $\left(\frac{8}{9}\right)^6 \approx 0{,}493$ ofwel 49,3%.

Bladzijde 209

Wind delen met wind-delen

De kosten voor de wind-delen inclusief onderhoud bij mogelijkheid 1 zijn
$8 \cdot 351 + 8 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 17 = 4984$ euro.
De belasting is $16 \cdot 4000 \cdot 0{,}07 = 4480$ euro.
De totale kosten bij mogelijkheid 1 zijn dus $4984 + 4480 = 9464$ euro.

De stroom bij mogelijkheid 2 kost $16 \cdot 4000 \cdot 0{,}22 = 14\,080$ euro.
De renteopbrengst van de 4984 euro is $4984 \cdot 1{,}03^{16} - 4984 = 3013{,}86$ euro.
De uiteindelijke kosten bij mogelijkheid 2 zijn dus $14\,080 - 3013{,}86 = 11\,066{,}14$ euro.

Mogelijkheid 1 is dus voordeliger.