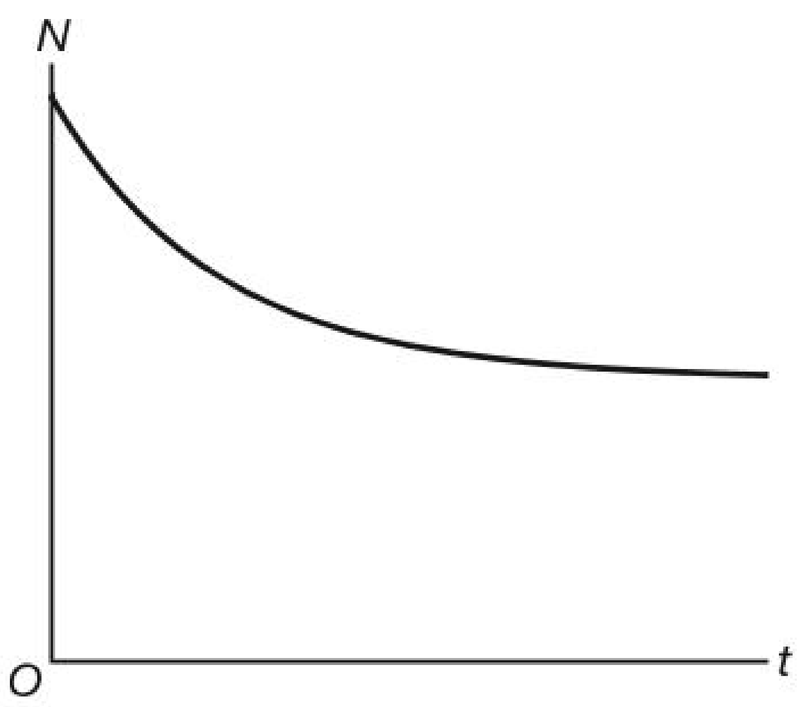
11 Formules en variabelen

Voorkennis Stijgen en dalen

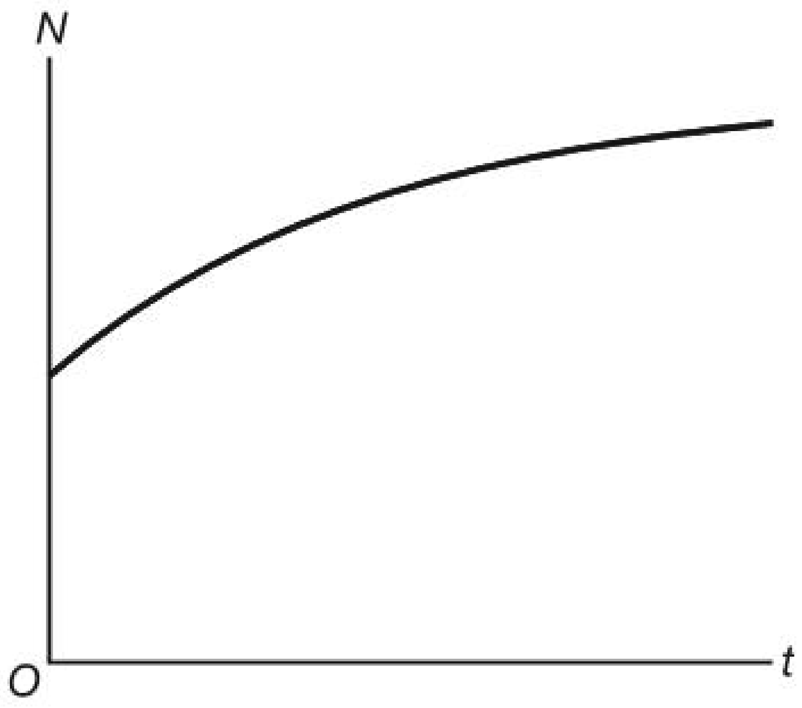
Bladzijde 93

1 **a** Voer in $y_1 = 50(1 + 0{,}8^x)$.



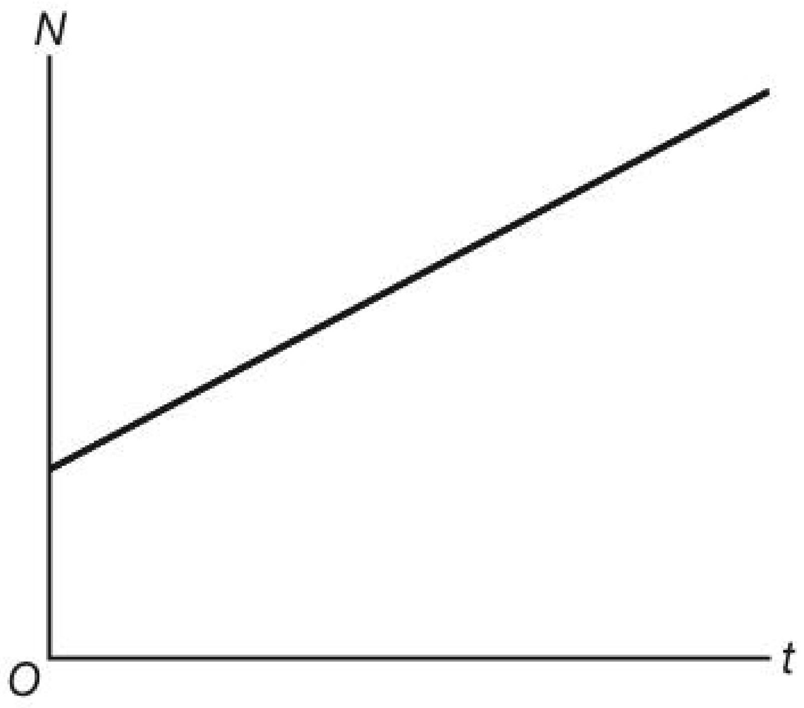
De grafiek van N is afnemend dalend.

b Voer in $y_1 = 2 - 0{,}9^x$.



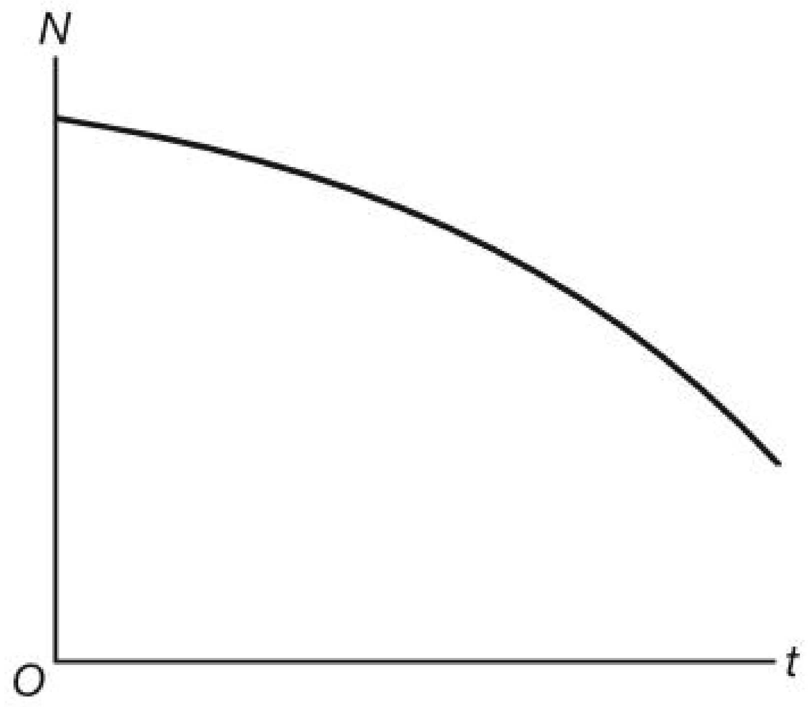
De grafiek van N is afnemend stijgend.

c Voer in $y_1 = 5 + 0{,}5x$.



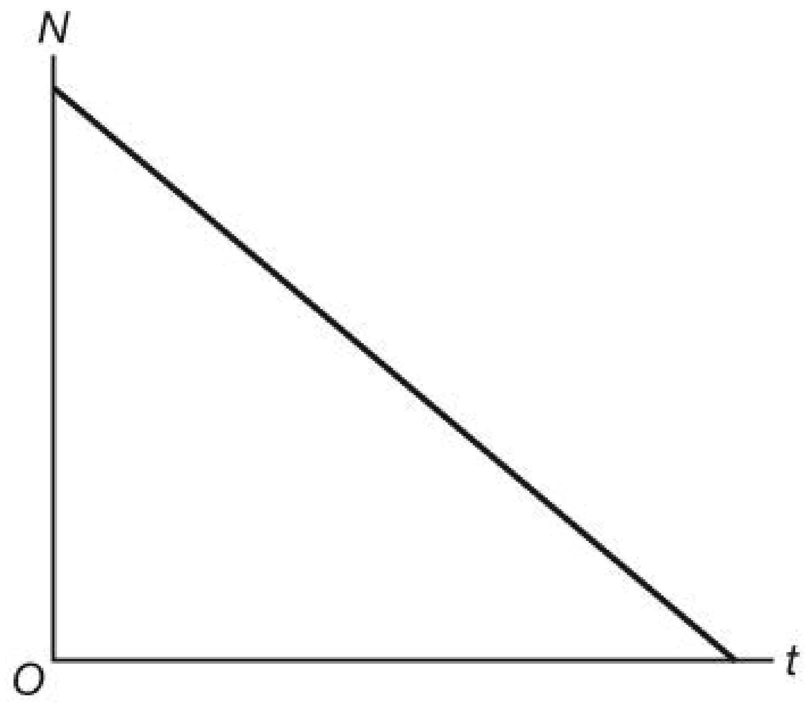
De grafiek van N is constant stijgend.

d Voer in $y_1 = 100 - 10 \cdot 1{,}1^x$.



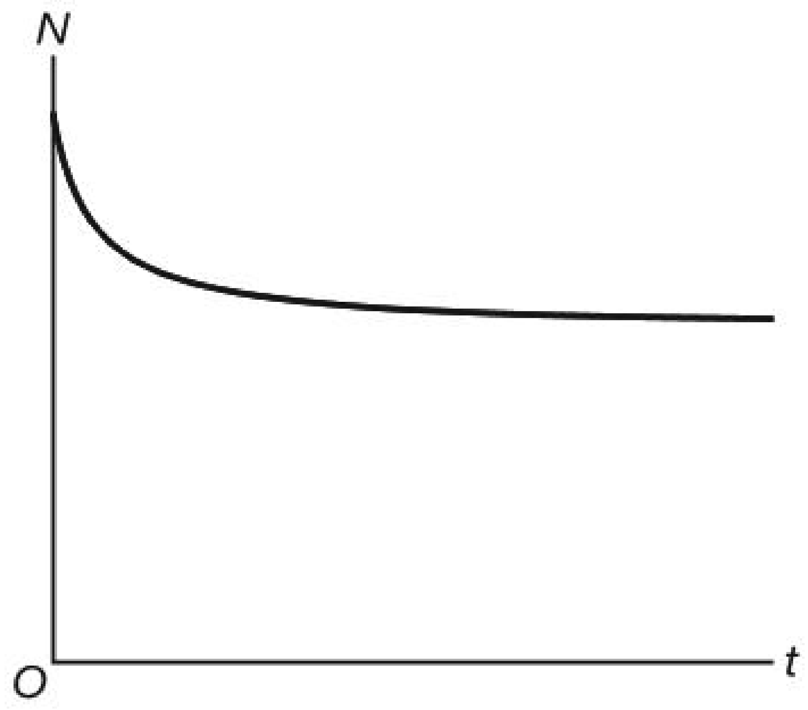
De grafiek van N is toenemend dalend.

e Voer in $y_1 = 500 - 25x$.



De grafiek van N is constant dalend.

f Voer in $y_1 = \dfrac{2}{x+1} + 3$.

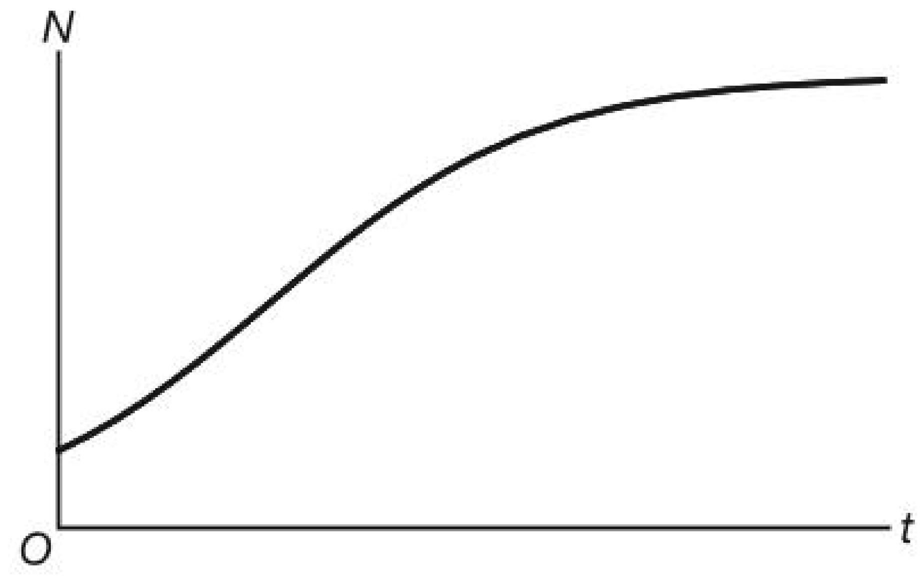


De grafiek van N is afnemend dalend.

2 **a** Als t toeneemt dan neemt $0{,}6^t$ af. Dus ook $1 + 5 \cdot 0{,}6^t$ neemt af, dus $\dfrac{100}{1 + 5 \cdot 0{,}6^t}$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

b Als t heel groot is, is $0{,}6^t \approx 0$. Dan is $5 \cdot 0{,}6^t \approx 0$ en $1 + 5 \cdot 0{,}6^t \approx 1$.
Dus dan is $N \approx \dfrac{100}{1} = 100$, dus het verzadigingsniveau is 100.

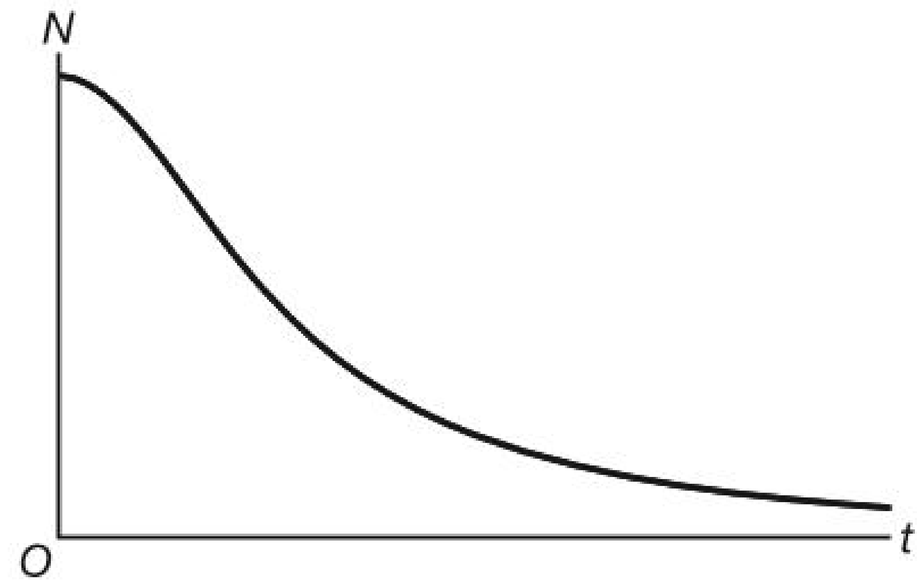
c Voer in $y_1 = \dfrac{100}{1 + 5 \cdot 0{,}6^x}$.



De grafiek van N is eerst toenemend stijgend en dan afnemend stijgend.

3 **a** Als t toeneemt dan neemt t^2 toe. Dus ook $t^2 + 10$ neemt toe, dus $\dfrac{200}{t^2 + 10}$ neemt af.
De grafiek van N is dus dalend.

b Voer in $y_1 = \dfrac{200}{x^2 + 10}$.



De grafiek van N is eerst toenemend dalend en dan afnemend dalend.

11.1 Grafieken en gebieden

Bladzijde 94

1 **a** (2, 5) ligt boven de lijn k.
b (−1, 3) invullen in $x + 2y > 4$ geeft $-1 + 2 \cdot 3 > 4$ ofwel $5 > 4$ en dit klopt.
Het punt (−1, 3) ligt boven de lijn k.
c

	$B(2, 5)$	$C(-1, 3)$	$D(3, -1)$	$E(4, -2)$	$F(6, 1)$	$O(0, 0)$
Punt boven k?	ja	ja	nee	nee	ja	nee
Voldoet aan $x + 2y > 4$?	ja	ja	nee	nee	ja	nee

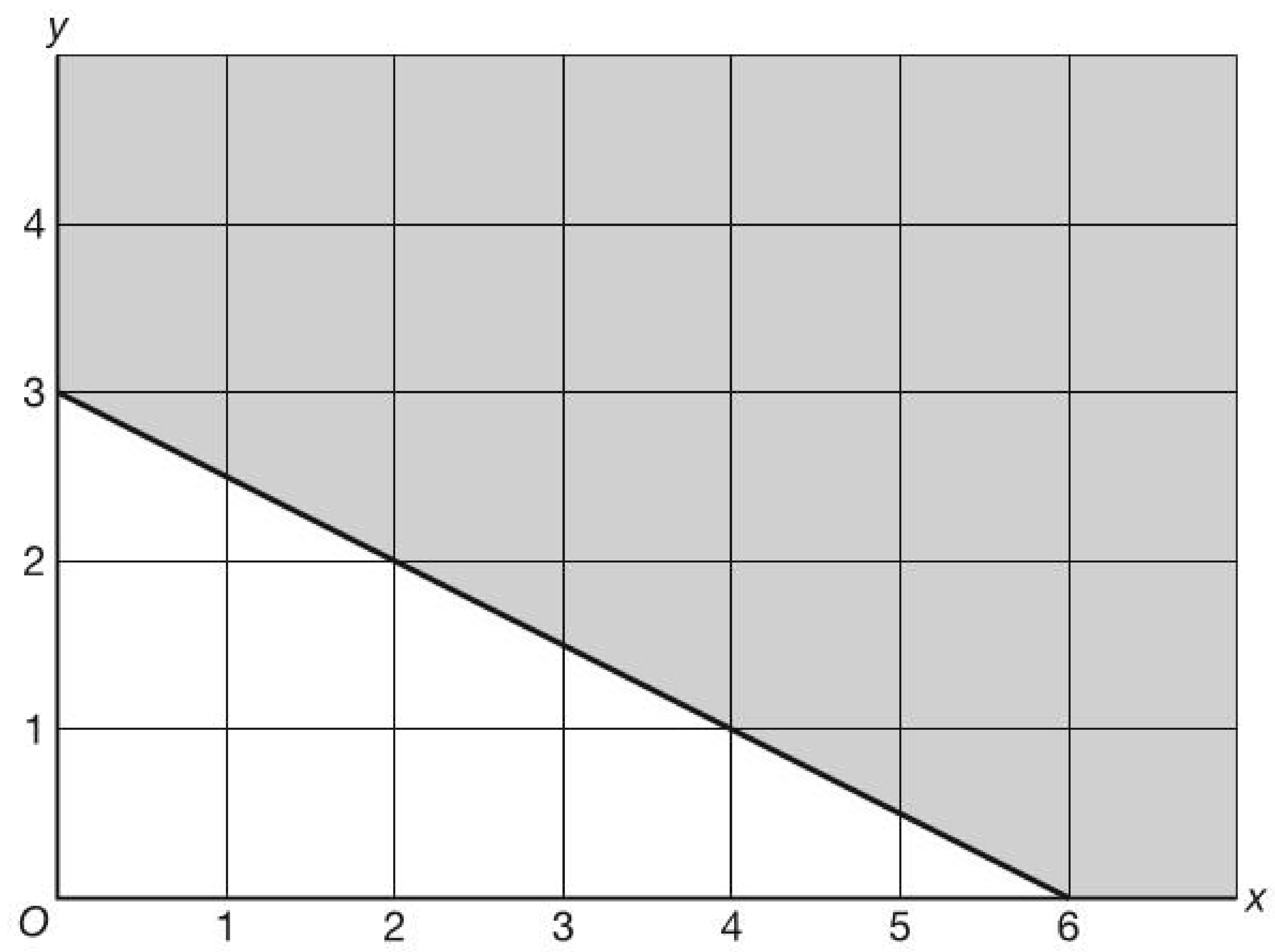
d De punten die voldoen aan $x + 2y < 4$ liggen onder de lijn k.

Bladzijde 95

2 **a** De lijn $x + 2y = 6$.

x	0	6
y	3	0

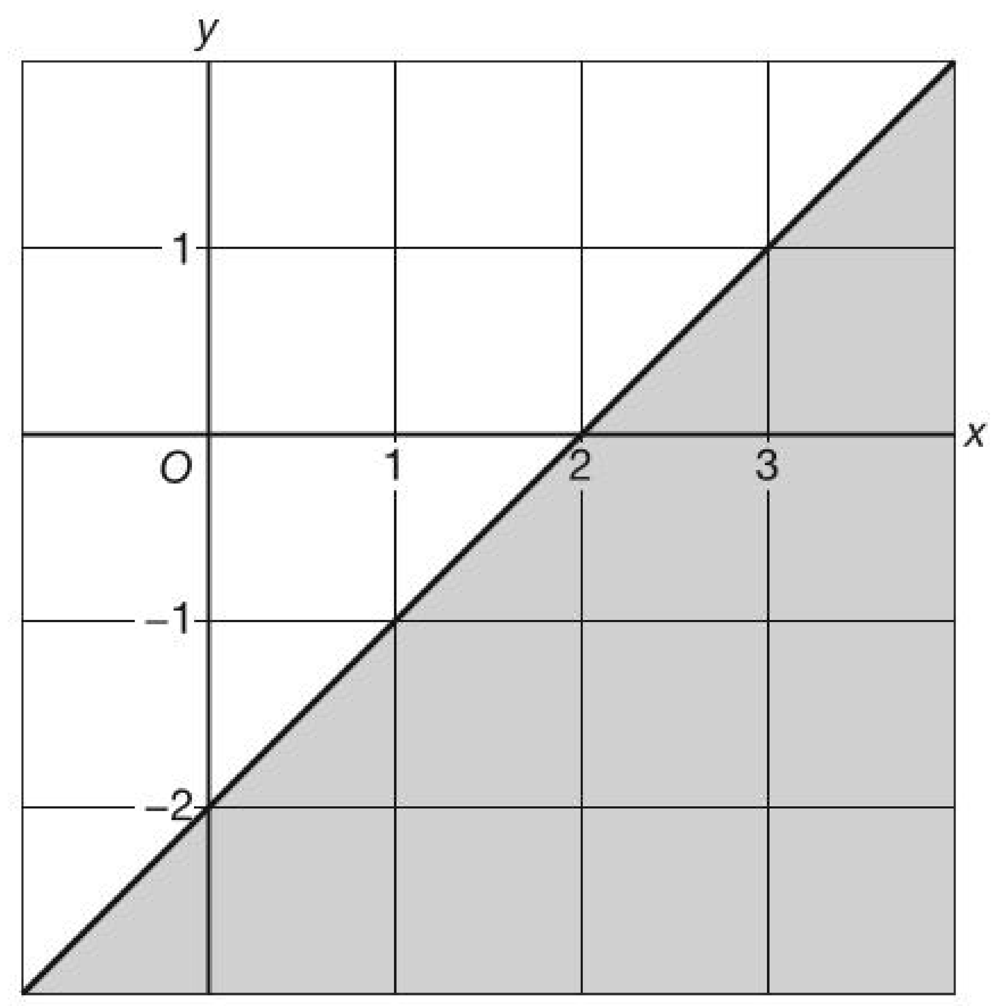
(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 6$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



b De lijn $x - y = 2$.

x	0	2
y	−2	0

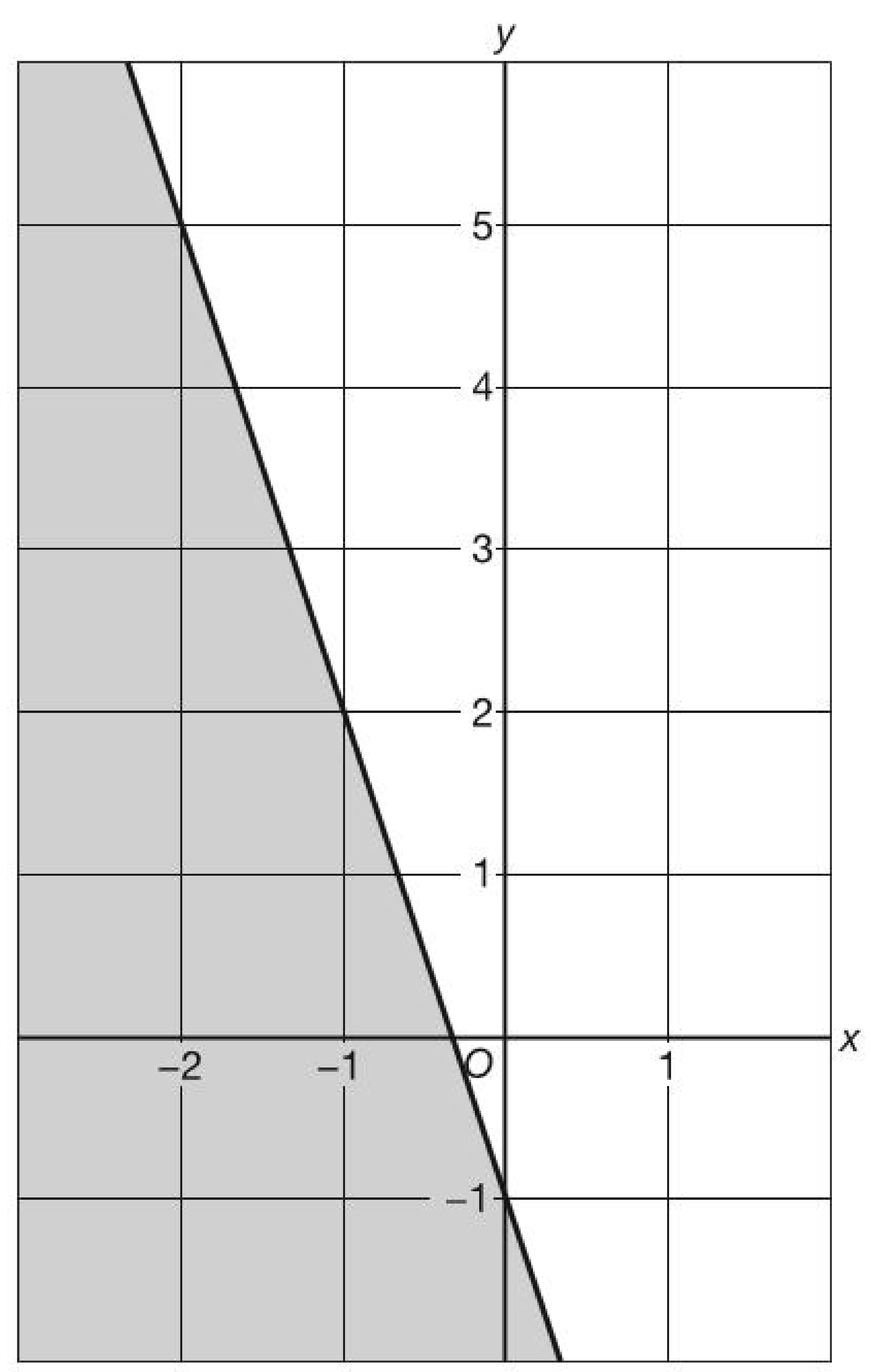
(0, 0) invullen geeft $0 - 0 \geq 2$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



c De lijn $3x + y = -1$.

x	0	−2
y	−1	5

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \leq -1$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



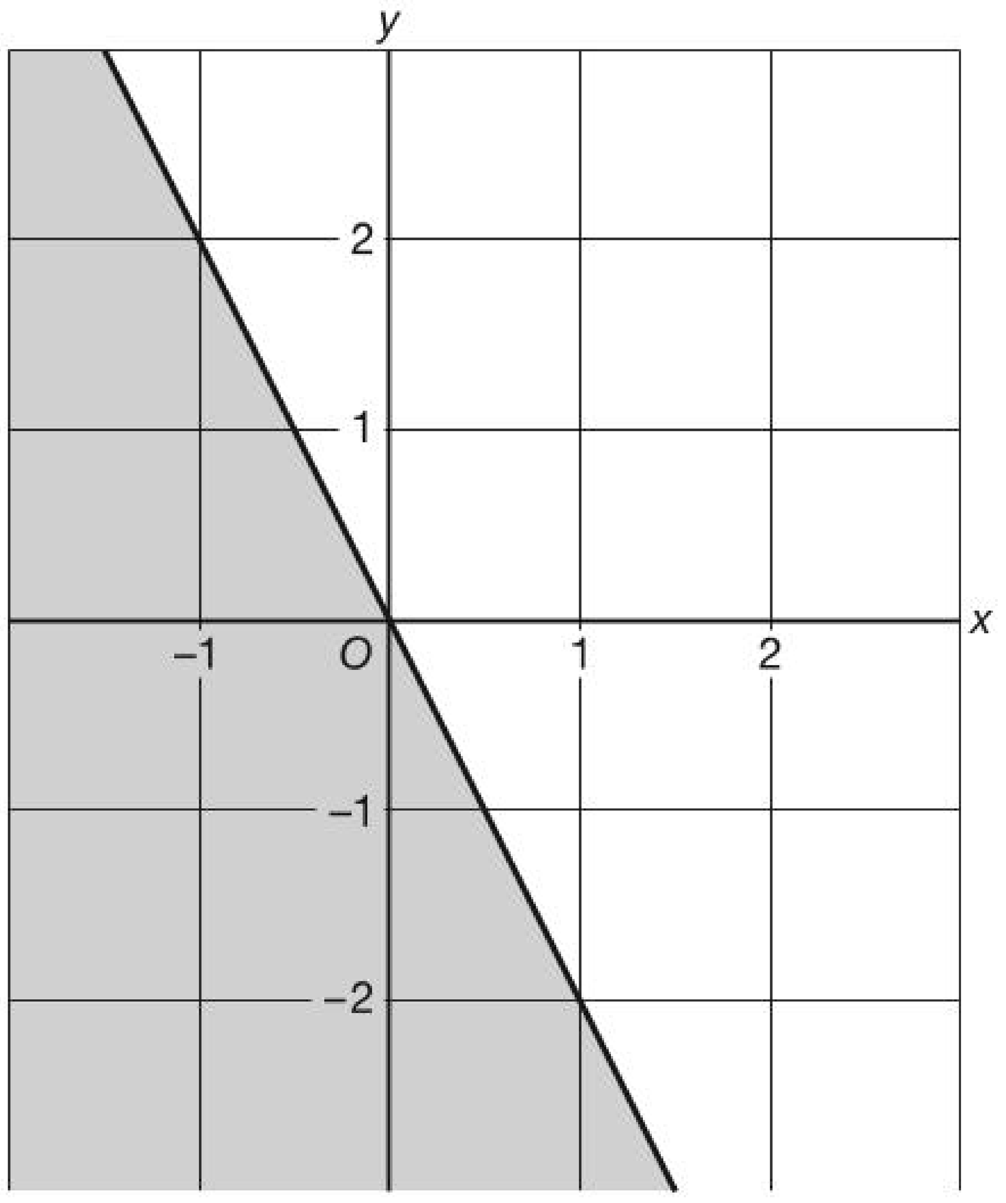
3 **a** Omdat dit punt op de lijn $2x + y = 0$ ligt.
b Bijvoorbeeld (1, −2), want dit punt ligt ook op de lijn $2x + y = 0$.

11

c

x	0	1
y	0	−2

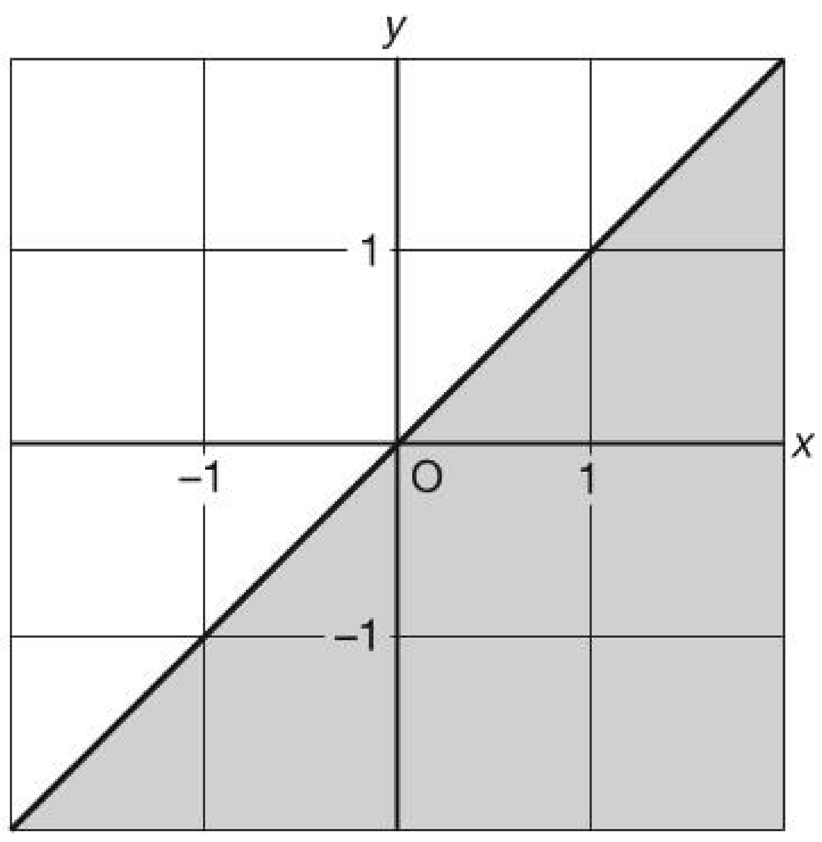
Punt (0, 1) invullen geeft $1 \leq 0$. Dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 1) niet in ligt.



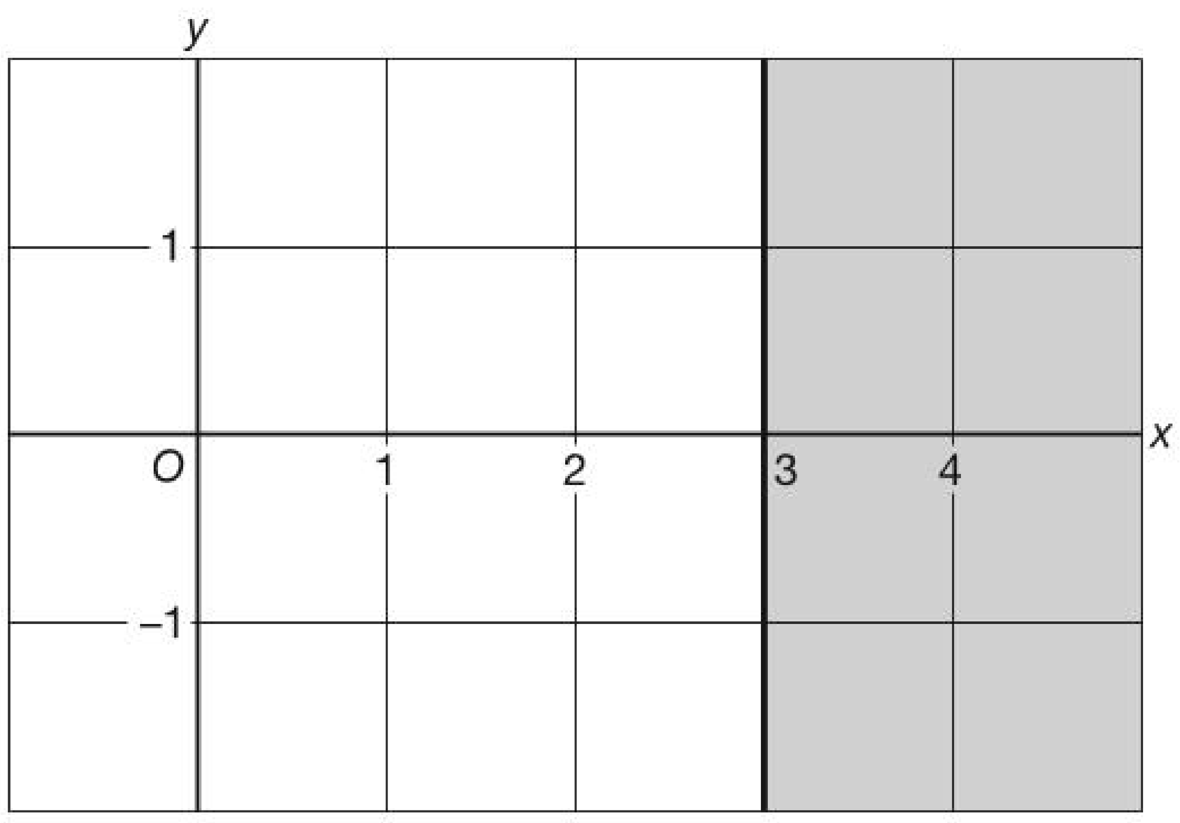
4 **a** De lijn $x - y = 0$.

x	0	1
y	0	1

(0, 1) invullen geeft $0 - 1 \geq 0$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 1) niet in ligt.



b Verticale lijn door (3, 0).

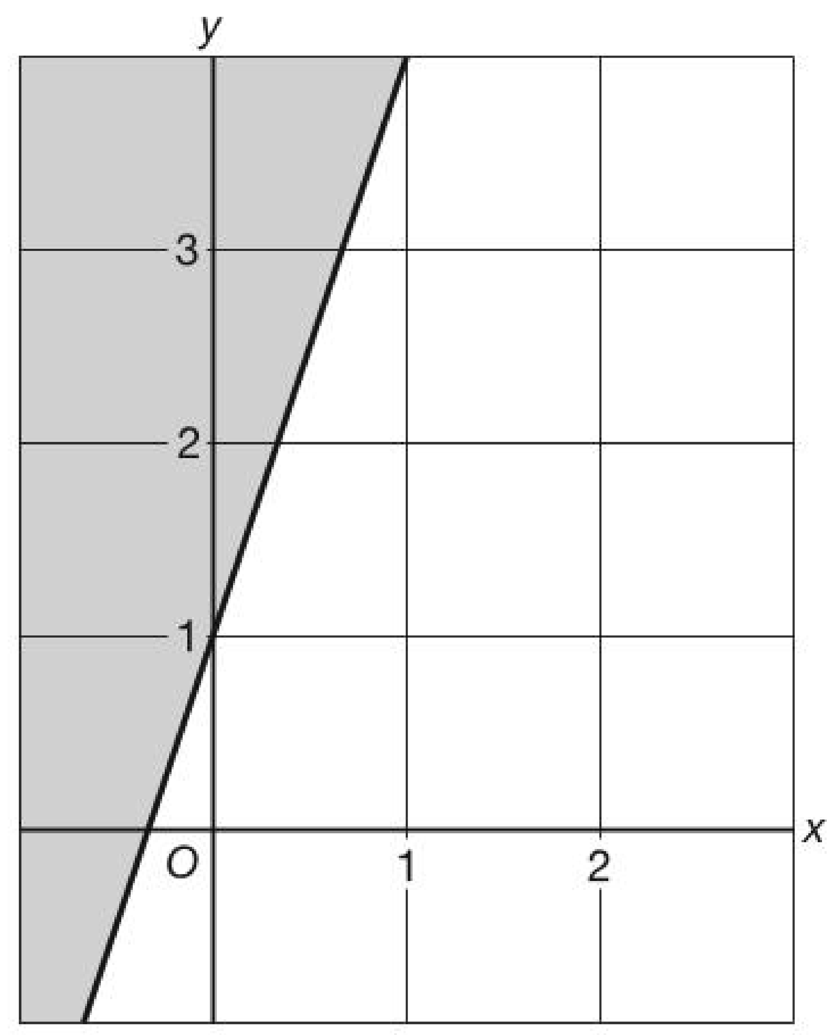


11

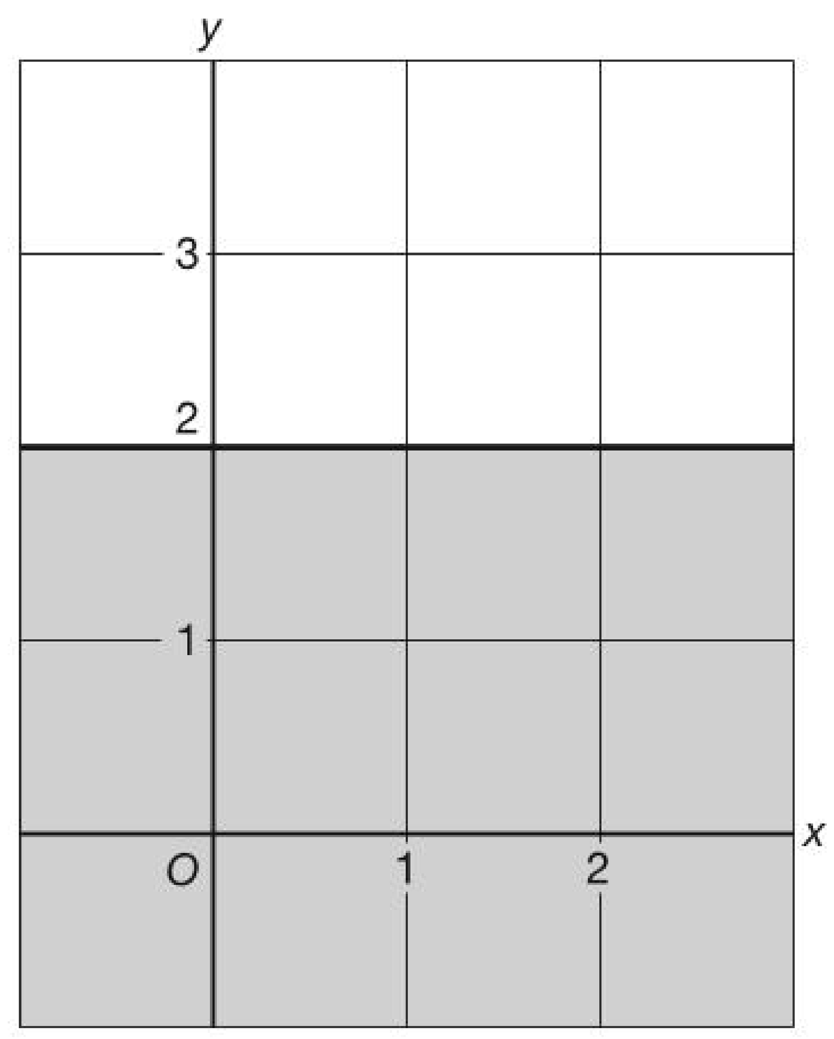
c De lijn $3x - y = -1$.

x	0	1
y	1	4

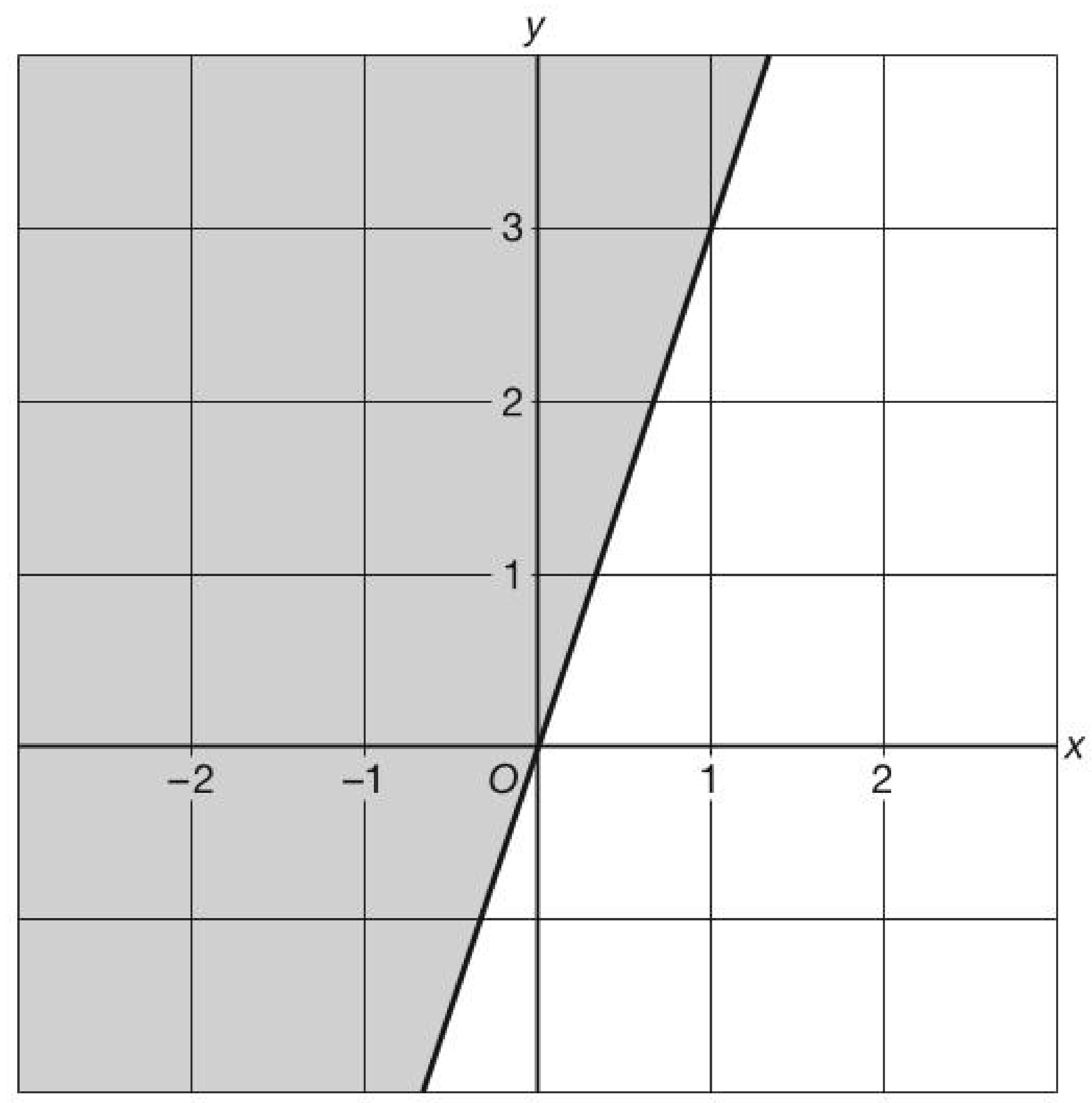
(0, 0) invullen geeft $0 - 0 \leq -1$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



d Horizontale lijn door (0, 2).



e De lijn $y = 3x$.

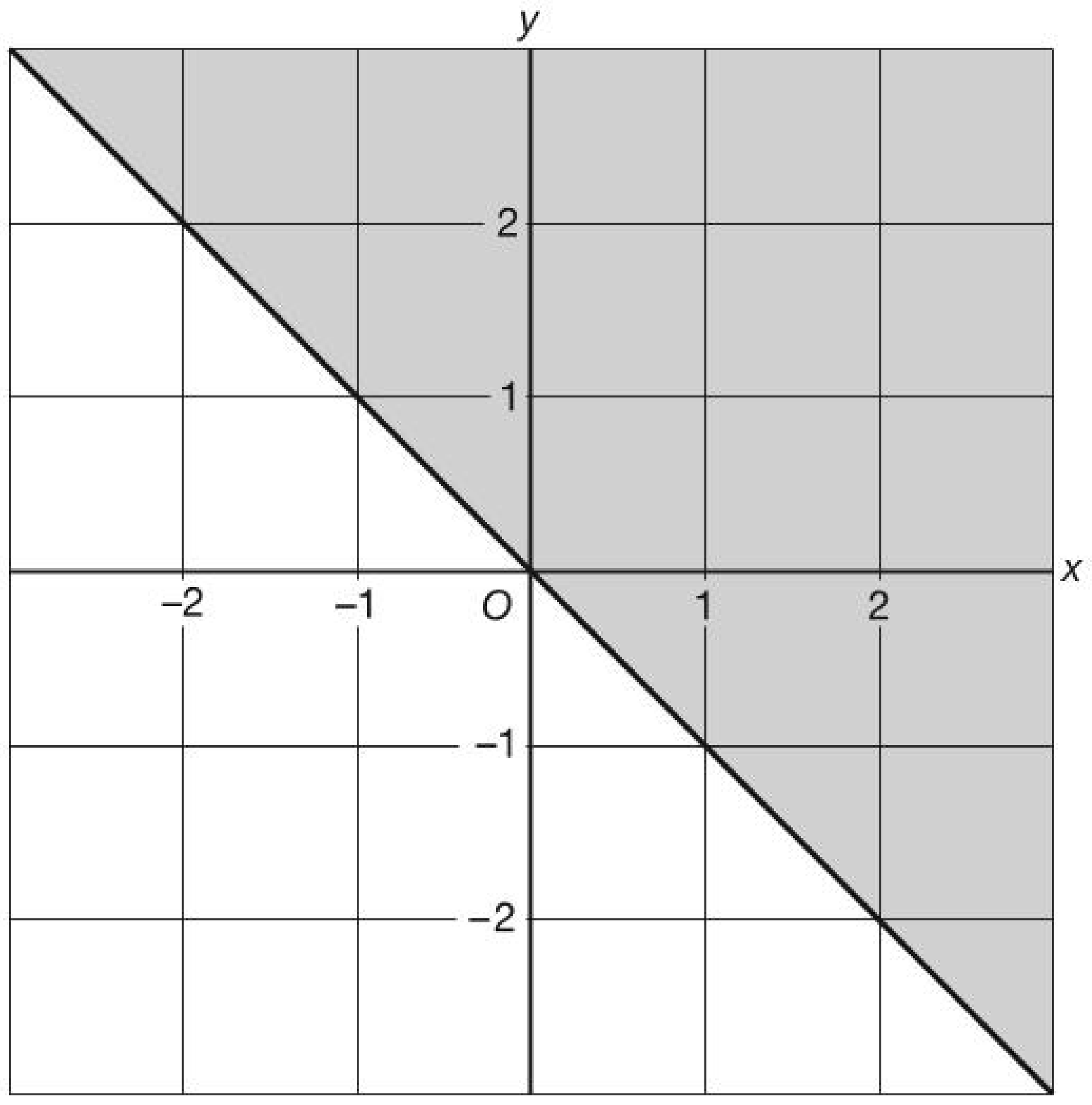


11

f De lijn $x + y = 0$.

x	0	1
y	0	−1

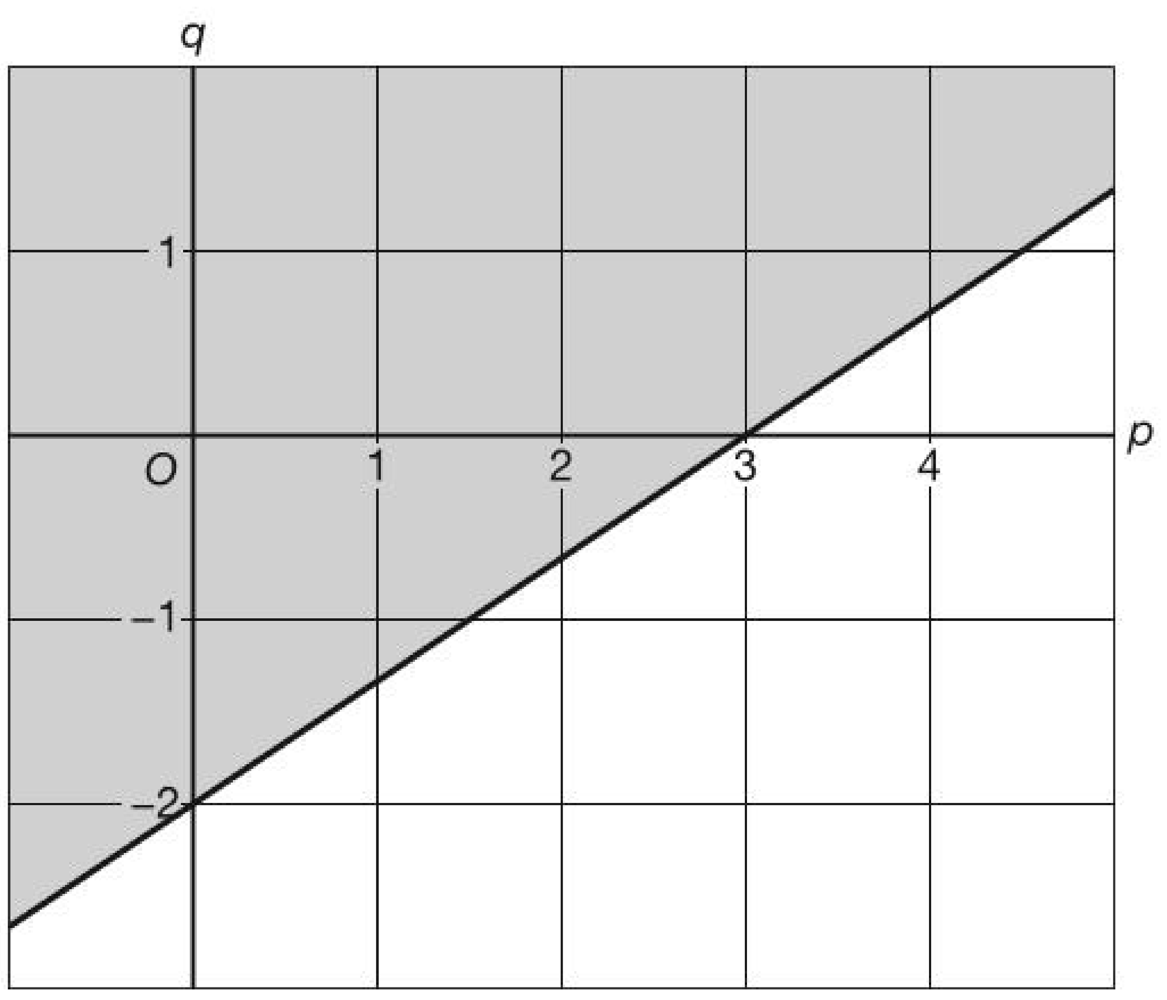
(0, 1) invullen geeft $0 + 1 \geq 0$; dit klopt.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 1) in ligt.



5 **a** De lijn $2p - 3q = 6$.

p	0	3
q	−2	0

(0, 0) invullen geeft $0 - 0 \leq 6$; dit klopt.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) in ligt.

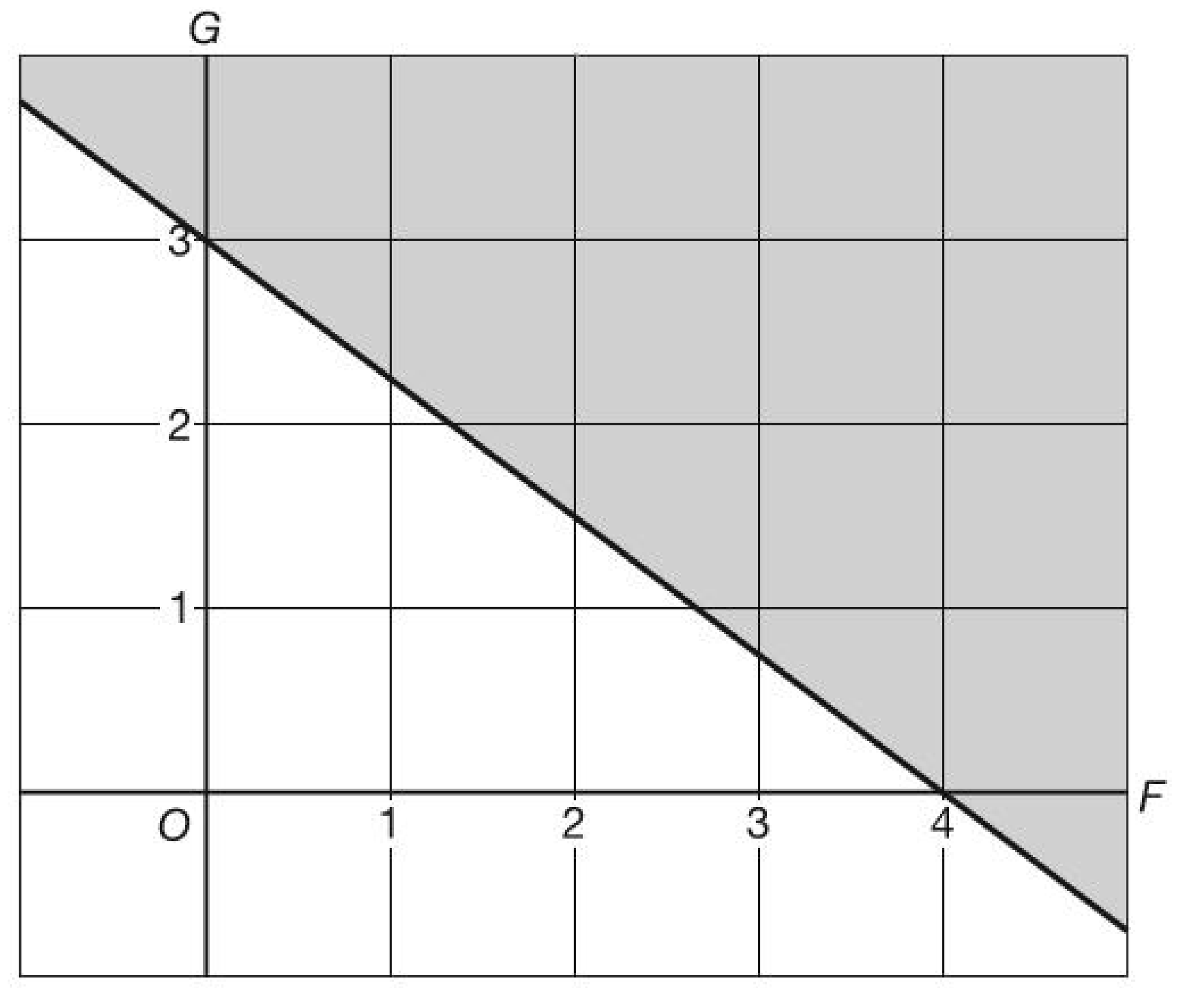


NB Je kunt ook de p-as verticaal tekenen en de q-as horizontaal.

b De lijn $3F + 4G = 12$.

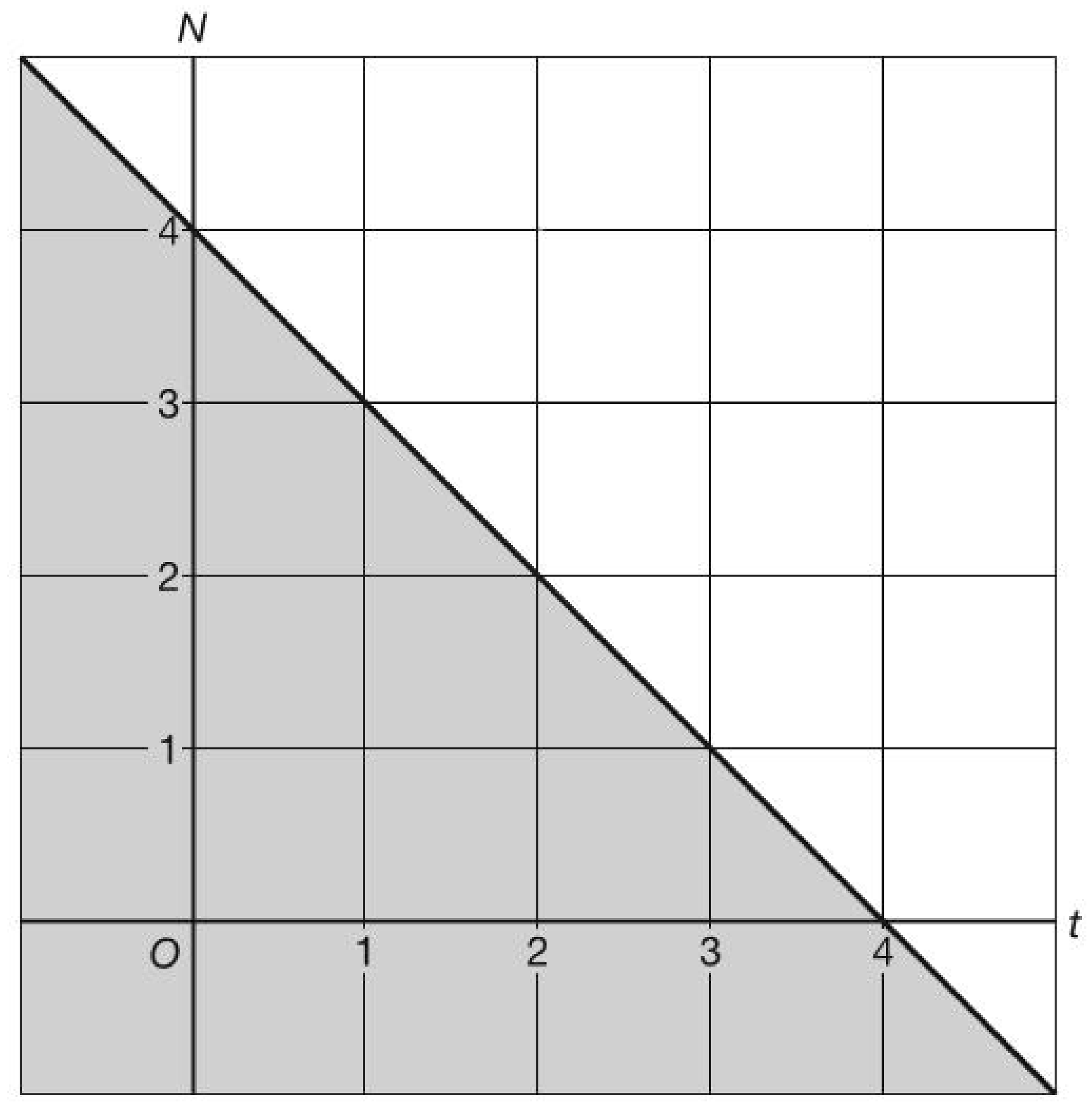
F	0	4
G	3	0

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \leq 12$; dit klopt.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) in ligt.



NB Je kunt ook de F-as verticaal tekenen en de G-as horizontaal.

c De lijn $N = 4 - t$.
De lijn door (0, 4) met rc = −1.
(0, 0) invullen geeft $0 \leq 4$; dit klopt.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) in ligt.

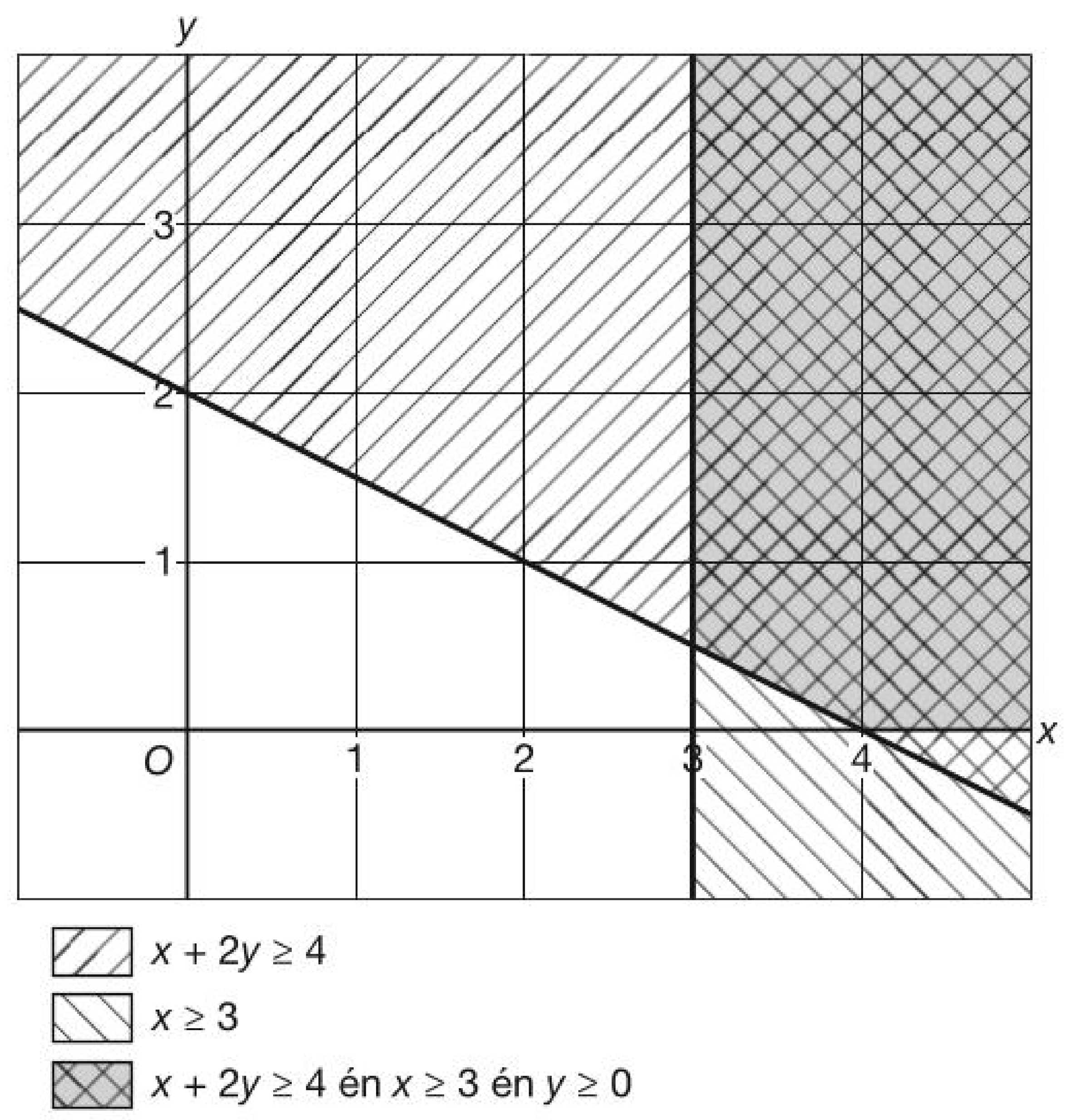


6 **a** De lijn $x + 2y = 4$.

x	0	4
y	2	0

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 4$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.

De lijn $x = 3$ is een verticale lijn door (3, 0).
Boven de x-as.



b Zie figuur vraag a.

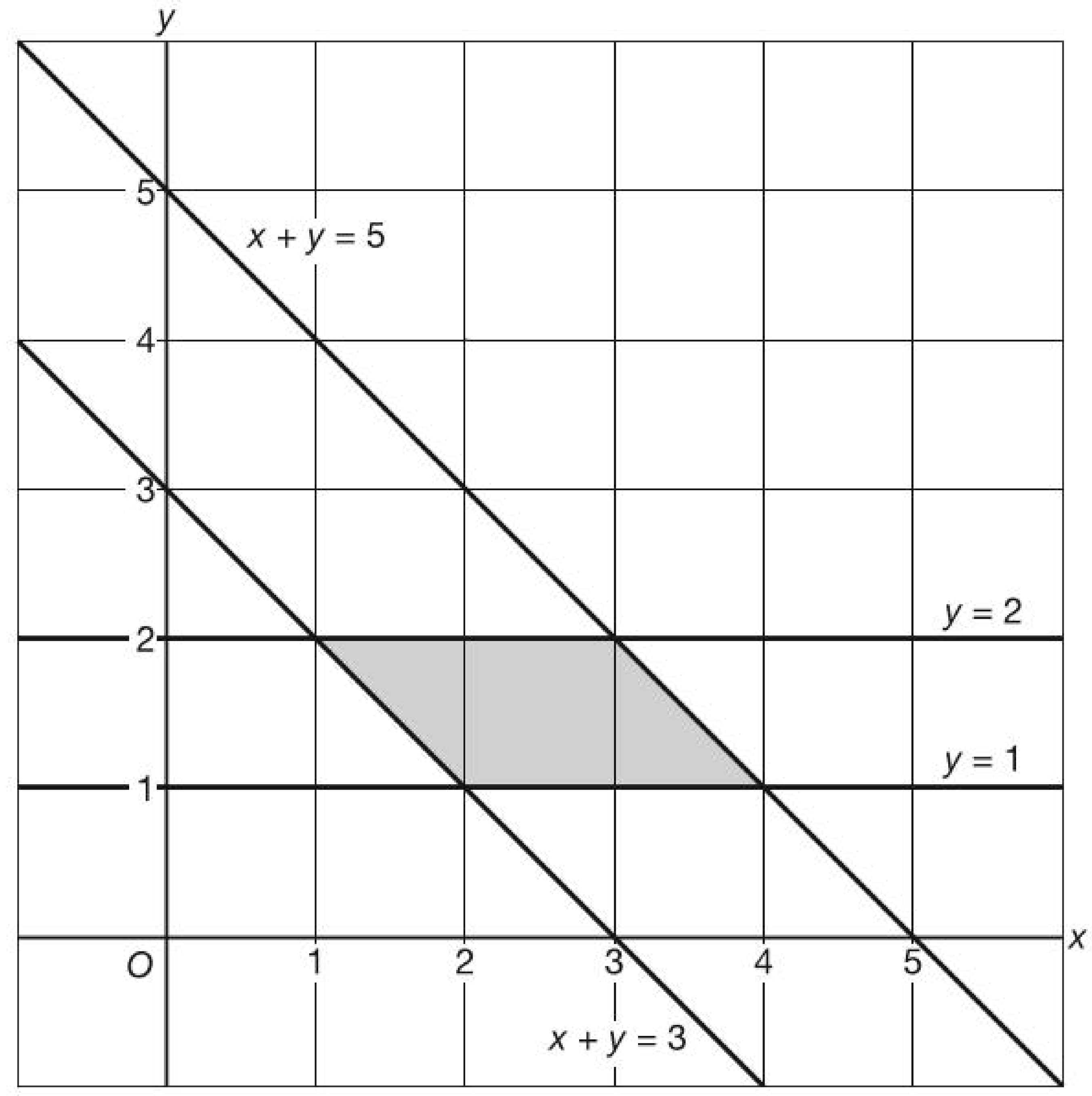
Bladzijde 96

7 **a** Tussen de lijnen $y = 1$ en $y = 2$ en ook tussen de lijnen $x + y = 3$ en $x + y = 5$.
De lijn $x + y = 3$.

x	0	3
y	3	0

De lijn $x + y = 5$.

x	0	5
y	5	0

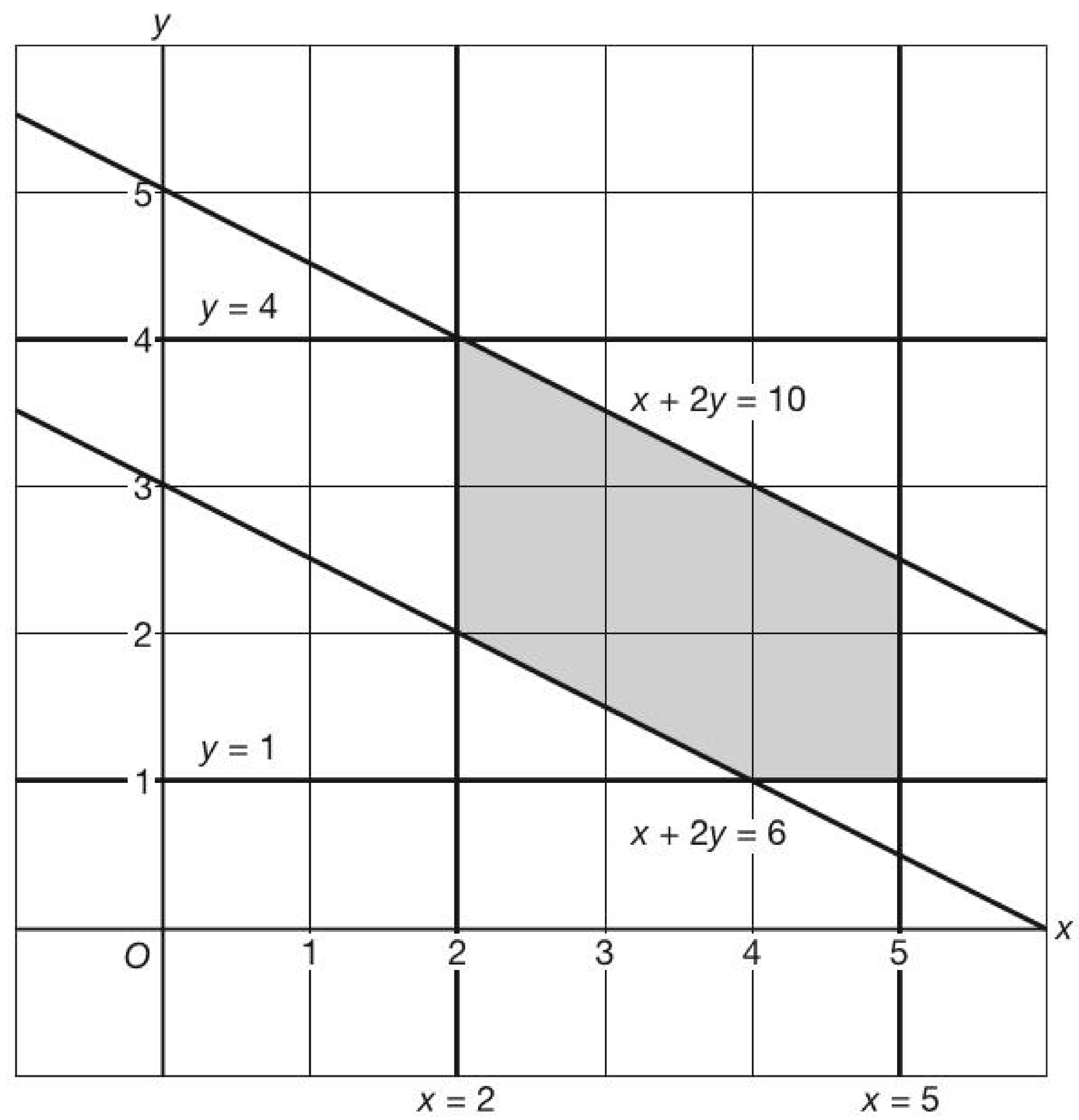


b Tussen de lijnen $x = 2$ en $x = 5$ en ook tussen $y = 1$ en $y = 4$ en ook tussen de lijnen $x + 2y = 6$ en $x + 2y = 10$.
De lijn $x + 2y = 6$.

x	0	6
y	3	0

De lijn $x + 2y = 10$.

x	0	6
y	5	2



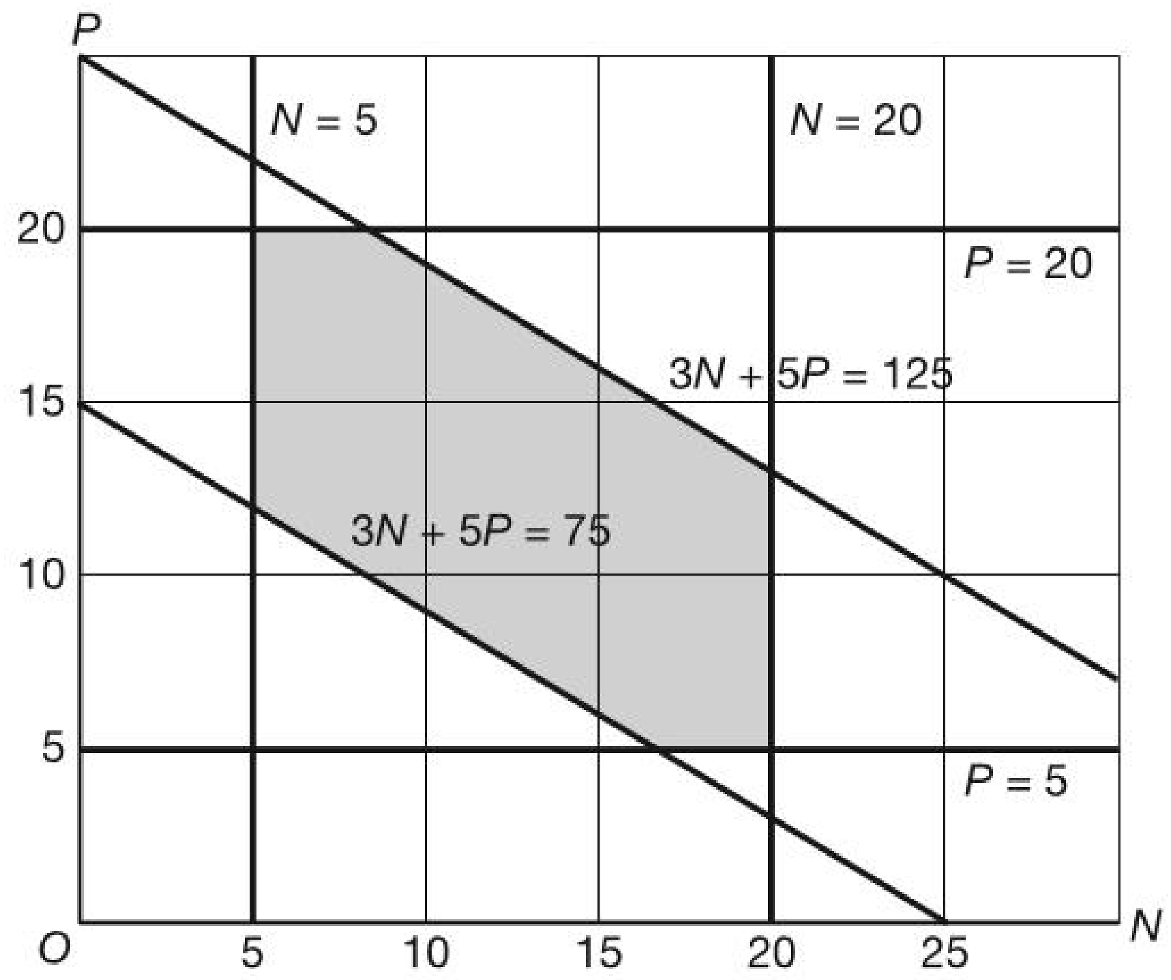
11

8 Tussen de lijnen $N = 5$ en $N = 20$ en ook tussen $P = 5$ en $P = 20$ en ook tussen de lijnen $3N + 5P = 75$ en $3N + 5P = 125$.
De lijn $3N + 5P = 75$.

N	0	25
P	15	0

De lijn $3N + 5P = 125$.

N	0	25
P	25	10



9 $K \leq 40$, $L \geq 0$, $L \geq 30 - K$ (ofwel $K + L \geq 30$) en $L \leq 20 + \frac{1}{2}K$ $\left(\text{ofwel } L - \frac{1}{2}K \leq 20\right)$

Bladzijde 97

10 **a** x kg groente geeft $50x$ gram vet.
y kg vlees geeft $200y$ gram vet.
Minimaal 100 gram vet dus $50x + 200y \geq 100$.

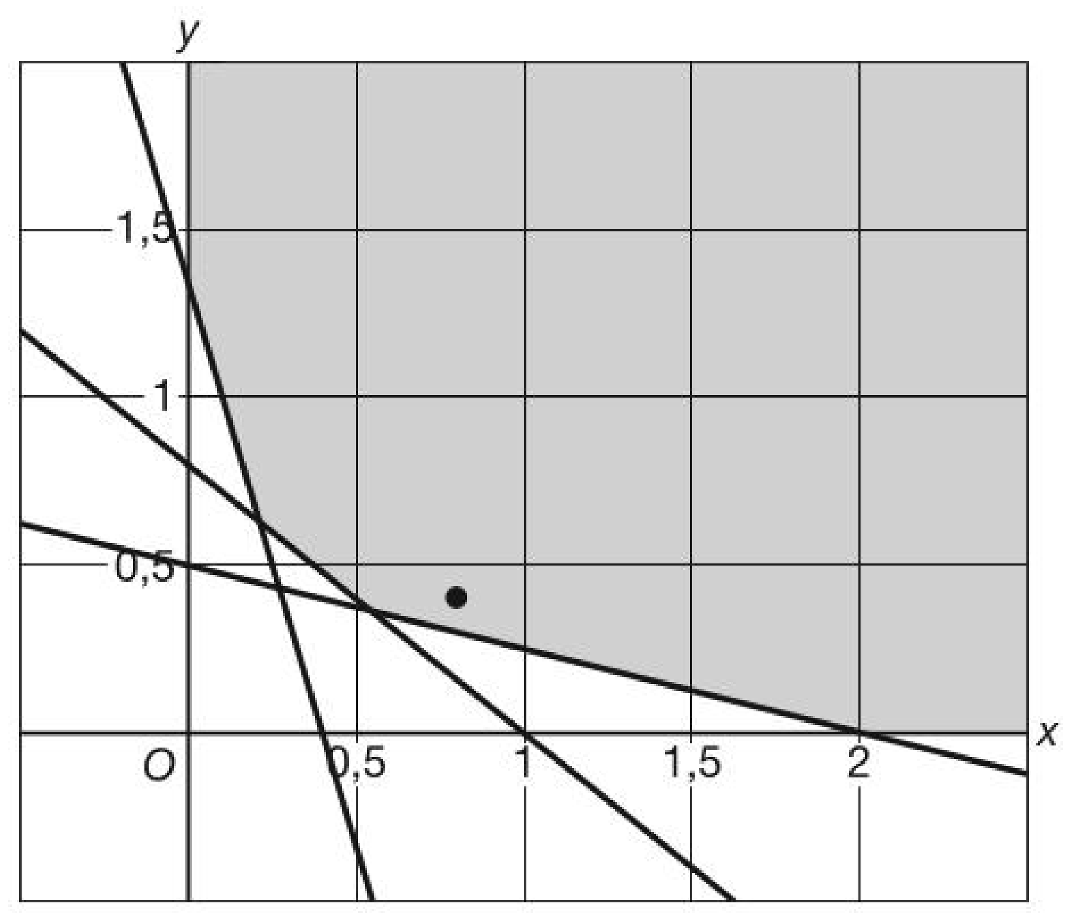
b x kg groente geeft $250x$ gram eiwit.
y kg vlees geeft $75y$ gram eiwit.
Minimaal 100 gram eiwit dus $250x + 75y \geq 100$.

x kg groente geeft $200x$ gram koolhydraten.
y kg vlees geeft $250y$ gram koolhydraten.
Minimaal 200 gram koolhydraten dus $200x + 250y \geq 200$.

c De lijn $50x + 200y = 100$ is de lijn door (0; 0,5).
(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 100$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.

De lijn $250x + 75y = 100$ is de lijn door $\left(0,\ 1\frac{1}{3}\right)$.
(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 100$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.

De lijn $200x + 250y = 200$ is de lijn door (1, 0).
(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 200$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



11

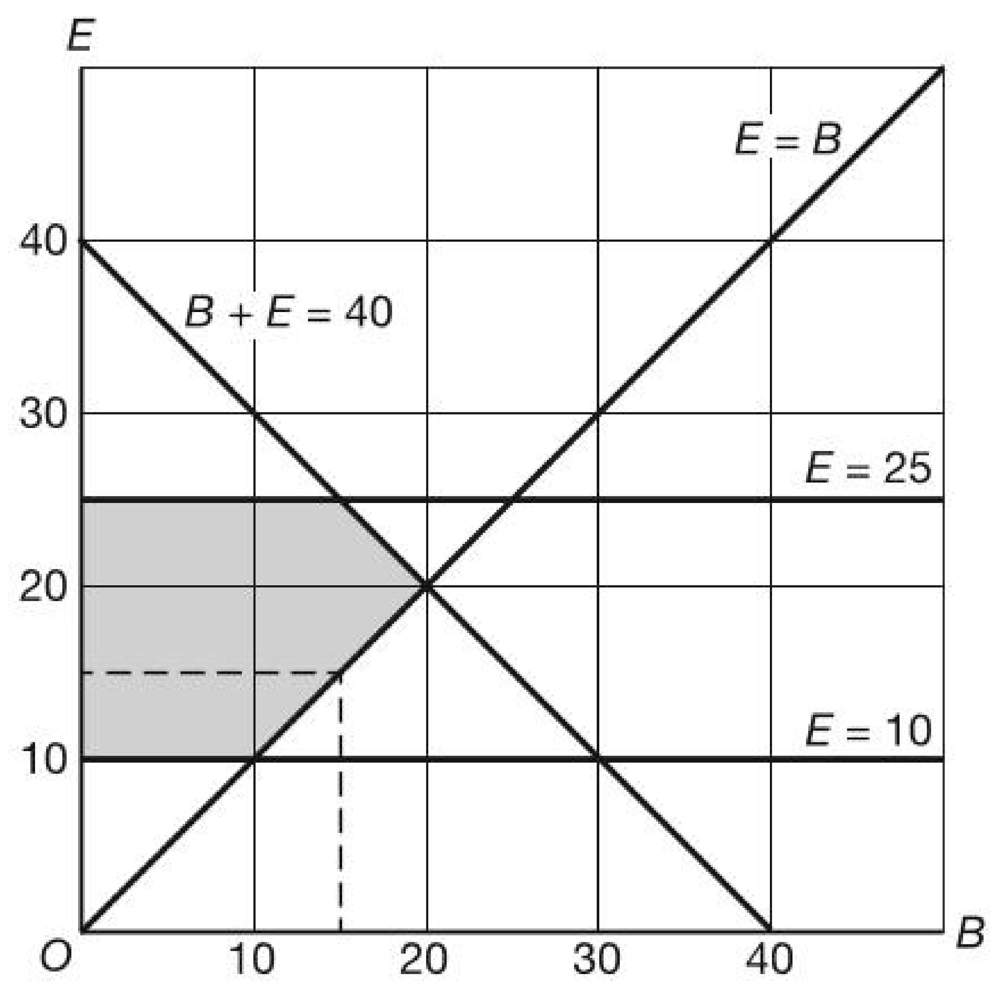
d 800 gram groente, dus $x = 0{,}8$ en 400 gram vlees, dus $y = 0{,}4$.
Het punt (0,8; 0,4) ligt in het gekleurde gebied, dus dit voldoet aan de voorwaarden.

11 **a** Maximaal 40 bomen, dus $B + E \leq 40$.
Minimaal 10 en ten hoogste 25 eiken, dus $10 \leq E \leq 25$.
Minstens evenveel eiken als beuken, dus $E \geq B$.
Het aantal beuken is minstens 0, dus $B \geq 0$.

b De lijn $B + E = 40$.

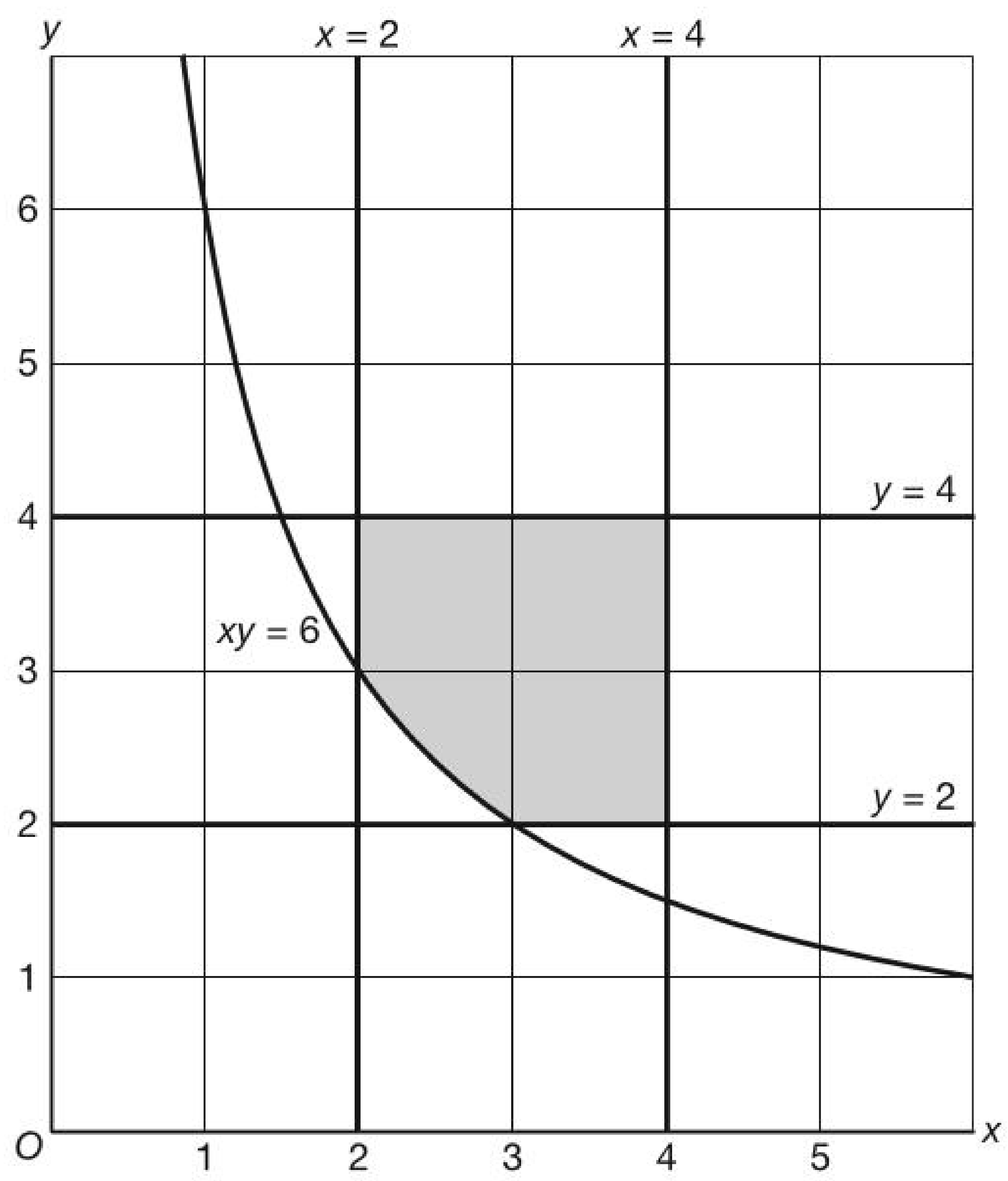
B	0	40
E	40	0

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \leq 40$; dit klopt.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) in ligt.
Verder tussen de lijnen $E = 10$ en $E = 25$, boven de lijn $E = B$ en rechts van de E-as.



c Zie het gebied van vraag b.
$E = 15$ en $E \geq B$ geeft $15 \geq B$.
Als men 15 eiken plant, kan men nog maximaal 15 beuken planten.

12 (0, 0) invullen geeft $0 \cdot 0 \geq 6$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.
Verder tussen de lijnen $x = 2$ en $x = 4$ en ook tussen de lijnen $y = 2$ en $y = 4$.



11.2 Breuken en verhoudingen

Bladzijde 99

13 $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \approx 0{,}083$, dus 8,3%.

Bladzijde 100

14 **a** $M = \frac{5}{t} - 3t = \frac{5}{t} - \frac{3t^2}{t} = \frac{5 - 3t^2}{t}$

Dus $M = \frac{5 - 3t^2}{t}$.

b $F = \frac{0{,}05p^2 + 4p - 5}{p} = \frac{0{,}05p^2}{p} + \frac{4p}{p} - \frac{5}{p} = 0{,}05p + 4 - \frac{5}{p}$

Dus $F = 0{,}05p + 4 - \frac{5}{p}$.

c $T = \frac{6p}{p-2} \cdot (p+2) \cdot \frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 6p \cdot (p+2)}{p-2} = \frac{2p(p+2)}{p-2} = \frac{2p^2 + 4p}{p-2}$

Dus $T = \frac{2p^2 + 4p}{p-2}$.

15 **a** $N = \frac{3t^{-1{,}12}}{2t} \cdot t^{3{,}15} = 1\frac{1}{2}t^{-1{,}12-1} \cdot t^{3{,}15} = 1\frac{1}{2}t^{-2{,}12} \cdot t^{3{,}15} = 1\frac{1}{2}t^{1{,}03}$

b $M = \frac{0{,}5q^2 - 2q + 5}{q} + q - 1 = \frac{0{,}5q^2}{q} - \frac{2q}{q} + \frac{5}{q} + q - 1 = 0{,}5q - 2 + \frac{5}{q} + q - 1 = 1{,}5q - 3 + \frac{5}{q}$

c $K = \frac{3b}{b-1} \cdot \frac{2b-2}{b} \cdot \frac{4}{b} = \frac{4 \cdot 3b(2b-2)}{(b-1)b^2} = \frac{12(2b-2)}{(b-1)b} = \frac{12 \cdot 2(b-1)}{(b-1)b} = \frac{24}{b}$

d $L = \frac{(a-3)(a+4)}{a+1} + a - 2 = \frac{a^2 + 4a - 3a - 12}{a+1} + \frac{(a-2)(a+1)}{a+1} = \frac{a^2 + a - 12}{a+1} + \frac{a^2 + a - 2a - 2}{a+1} = \frac{2a^2 - 14}{a+1}$

Bladzijde 101

16 **a** $C = 6x^{1{,}12} \cdot \frac{4x^{2{,}05}}{3x} = 6x^{1{,}12} \cdot 1\frac{1}{3}x^{2{,}05-1} = 6x^{1{,}12} \cdot 1\frac{1}{3}x^{1{,}05} = 8x^{2{,}17}$

Dus $a = 8$ en $b = 2{,}17$.

b $E = 2p + 1 + \frac{p(p-5)}{p+2} = \frac{2p(p+2)}{p+2} + \frac{p+2}{p+2} + \frac{p(p-5)}{p+2} = \frac{2p^2 + 4p}{p+2} + \frac{p+2}{p+2} + \frac{p^2 - 5p}{p+2} = \frac{3p^2 + 2}{p+2}$

Dus $a = 3$ en $b = 2$.

c $F = \frac{0{,}005x^2 - 0{,}12x + 5}{x} + 0{,}08x + 0{,}1 - \frac{2}{x} = \frac{0{,}005x^2}{x} - \frac{0{,}12x}{x} + \frac{5}{x} + 0{,}08x + 0{,}1 - \frac{2}{x} = 0{,}085x - 0{,}02 + \frac{3}{x}$

Dus $a = 0{,}085$, $b = -0{,}02$ en $c = 3$.

17 **a** $Z = 8$ geeft $T = \frac{-2{,}1 \cdot 8 + 37}{18 \cdot 8} = 0{,}140...$

$Z = 6$ geeft $T = \frac{-2{,}1 \cdot 6 + 37}{18 \cdot 6} = 0{,}225...$

Het scheelt $(0{,}225... - 0{,}140...) \cdot 60 \approx 5$ minuten.

b $T = \frac{-2{,}1Z + 37}{18Z} = \frac{-2{,}1Z}{18Z} + \frac{37}{18Z} \approx -0{,}117 + \frac{2{,}056}{Z}$

Dus $a = 0{,}117$ en $b = 2{,}056$.

Bladzijde 102

18 **a** Bij een verhoudingstabel zijn de kruisproducten aan elkaar gelijk, dus $2x \cdot 5 = 6 \cdot (x + 1)$.

b $2x \cdot 5 = 6 \cdot (x + 1)$

$10x = 6x + 6$

$4x = 6$

$x = 1\frac{1}{2}$

11

Bladzijde 103

19 **a** $\frac{x-1}{x+1}=\frac{5}{7}$
$7(x-1)=5(x+1)$
$7x-7=5x+5$
$2x=12$
$x=6$

b $\frac{2x}{x+3}=\frac{4}{5}$
$2x\cdot 5=4(x+3)$
$10x=4x+12$
$6x=12$
$x=2$

c $\frac{x}{3}=\frac{4x-1}{5}$
$3(4x-1)=5x$
$12x-3=5x$
$7x=3$
$x=\frac{3}{7}$

d $\frac{6}{x+3}=\frac{8}{2x-1}$
$6(2x-1)=8(x+3)$
$12x-6=8x+24$
$4x=30$
$x=7{,}5$

20 **a** $\frac{5x+6}{2}=8$
$\frac{5x+6}{2}=\frac{8}{1}$
$5x+6=2\cdot 8$
$5x+6=16$
$5x=10$
$x=2$

b $\frac{14}{2x-17}=3$
$\frac{14}{2x-17}=\frac{3}{1}$
$3(2x-17)=14$
$6x-51=14$
$6x=65$
$x=10\frac{5}{6}$

c $\frac{x+2}{5}=2\frac{1}{2}$
$\frac{x+2}{5}=\frac{2\frac{1}{2}}{1}$
$x+2=5\cdot 2\frac{1}{2}$
$x+2=12{,}5$
$x=10{,}5$

d $\frac{6}{3-2x}=0{,}2$
$\frac{6}{3-2x}=\frac{1}{5}$
$3-2x=6\cdot 5$
$3-2x=30$
$-2x=27$
$x=-13{,}5$

21 **a** $\frac{5x}{3y}=\frac{2}{7}$
$2\cdot 3y=7\cdot 5x$
$6y=35x$
$y=5\frac{5}{6}x$

b $N=\frac{3}{p-2}$
$\frac{N}{1}=\frac{3}{p-2}$
$N(p-2)=3$
$Np-2N=3$
$Np=3+2N$
$p=\frac{3+2N}{N}$

c $\frac{x-14}{2y}=3\frac{1}{2}$
$\frac{x-14}{2y}=\frac{3\frac{1}{2}}{1}$
$3\frac{1}{2}\cdot 2y=x-14$
$7y=x-14$
$y=\frac{1}{7}x-2$

d $\frac{p^2}{3q}=16$
$\frac{p^2}{3q}=\frac{16}{1}$
$16\cdot 3q=p^2$
$48q=p^2$
$q=\frac{1}{48}p^2$

22 **a** $\frac{8}{2-3x}=\frac{4}{3-2x}$
$8(3-2x)=4(2-3x)$
$24-16x=8-12x$
$-4x=-16$
$x=4$

b $\frac{1251}{2x+150}=4\frac{1}{2}$
$\frac{1251}{2x+150}=\frac{4\frac{1}{2}}{1}$
$4\frac{1}{2}\cdot(2x+150)=1251$
$9x+675=1251$
$9x=576$
$x=64$

c $\frac{6x-7}{5y}=\frac{2}{9}$
$2\cdot 5y=9(6x-7)$
$10y=54x-63$
$y=5{,}4x-6{,}3$

d $\frac{3a^2}{8b}=125$
$\frac{3a^2}{8b}=\frac{125}{1}$
$125\cdot 8b=3a^2$
$1000b=3a^2$
$b=0{,}003a^2$

11

23 $5 + 4 + 1 = 10$ gelijke delen

Het aantal leerlingen met bloedgroep A is $\frac{4}{10} \cdot 30 = 12$.

Bladzijde 104

24 **a** Het aantal havo-leerlingen is $\frac{5}{16} \cdot 1360 = 425$.

b 5 gelijke delen is 1150 euro, dus B krijgt $\frac{3}{5} \cdot 1150 = 690$ euro.

c beuk : berk = 1 : 3
berk : eik = 5 : 4 = 3 : 2,4
Dus beuk : berk : eik = 1 : 3 : 2,4 = 5 : 15 : 12.

Het aantal berken in dit bos is $\frac{15}{32} \cdot 7840 = 3675$.

Bladzijde 105

25 Hij heeft $\frac{10}{17} \cdot 3$ L = 1,76470... L = 1764,70... mL lak nodig waarvan
$\frac{5}{9} \cdot 1764{,}70... \approx 980$ mL blauw en $\frac{4}{9} \cdot 1764{,}70... \approx 784$ mL geel.

26 $P = 20t + 40$, $Q = 25t + 40$ en $R = 30t + 40$ met t het aantal uren benodigd voor de klus.
$P : Q = 5 : 6$ ofwel $P : Q = 1 : 1{,}2$, dus $Q = 1{,}2 \cdot P$.

$$25t + 40 = 1{,}2(20t + 40)$$
$$25t + 40 = 24t + 48$$
$$t = 8$$

$t = 8$ geeft $P = 20 \cdot 8 + 40 = 200$ en $Q = 25 \cdot 8 + 40 = 240$ en $R = 30 \cdot 8 + 40 = 280$.
Dus $P : Q : R = 200 : 240 : 280 = 5 : 6 : 7$.

11.3 Evenredig en omgekeerd evenredig

Bladzijde 107

27 **a** y wordt bij situatie I dan 4 keer zo groot.
y wordt bij situatie II dan gedeeld door 4.

b situatie I

Bladzijde 108

28 **a** recht evenredig
b omgekeerd evenredig
c omgekeerd evenredig
d recht evenredig
e omgekeerd evenredig

11

Bladzijde 109

29 **a** q is omgekeerd evenredig met p, dus $q = \frac{a}{p}$.

$$\left.\begin{array}{l} q = \frac{a}{p} \\ p = 40{,}50 \text{ en } q = 6480 \end{array}\right\} \frac{a}{40{,}50} = 6480 \text{ ofwel } \frac{a}{40{,}50} = \frac{6480}{1}$$
$$a = 6480 \cdot 40{,}50 = 262\,440$$

Dus $q = \frac{262\,440}{p}$.

b $p = 25$ geeft $q = \frac{262\,440}{25} = 10\,497{,}6$
De maandelijkse verkoop is 10 498 stuks.

c Los op $\frac{262\,440}{p} = 5600$ ofwel $\frac{262\,440}{p} = \frac{5600}{1}$

$$5600p = 262\,440$$
$$p \approx 46{,}86$$

De prijs is €46,86.

30 **a** K is evenredig met a, dus $K = ma$
$a = 120\,000$ en $B = 288\,000$ $\Big\}$ $m \cdot 120\,000 = 288\,000$
$m = 2{,}4$

Dus $K = 2{,}4a$.

b Los op $2{,}4a = 1536$
$a = 640$
De oppervlakte is 640 m^2.

31 **a** h is omgekeerd evenredig met r, dus $h = \frac{a}{r}$.

$h = \frac{a}{r}$
$r = 750$ en $h = 120$ $\Big\}$ $\frac{a}{750} = 120$ ofwel $\frac{a}{750} = \frac{120}{1}$
$a = 120 \cdot 750 = 90\,000$

Dus $h = \frac{90\,000}{r}$.

b $r = 500$ geeft $h = \frac{90\,000}{500} = 180$
Het hoogteverschil is 180 mm.

c 15 cm, dus $h = 150$
Los op $\frac{90\,000}{r} = 150$ ofwel $\frac{90\,000}{r} = \frac{150}{1}$
$150r = 90\,000$
$r = 600$

d $h = \frac{a}{r}$
$r = 3320$ en $h = 170$ $\Big\}$ $\frac{a}{3320} = 170$ ofwel $\frac{a}{3320} = \frac{170}{1}$
$a = 170 \cdot 3320 = 564\,400$

Dus $h = \frac{564\,400}{r}$.

Bladzijde 110

32 **a** T is omgekeerd evenredig met d, dus $T = \frac{a}{d}$.

$T = \frac{a}{d}$
$d = 2{,}5$ en $T = 1{,}6$ $\Big\}$ $\frac{a}{2{,}5} = 1{,}6$ ofwel $\frac{a}{2{,}5} = \frac{1{,}6}{1}$
$a = 1{,}6 \cdot 2{,}5 = 4$

Dus $T = \frac{4}{d}$.

b $d = 4{,}835$ geeft $T = \frac{4}{4{,}835} \approx 0{,}8$
De temperatuur is 0,8 °C.

c Los op $\frac{4}{d} = 1{,}4$ ofwel $\frac{4}{d} = \frac{1{,}4}{1}$
$1{,}4d = 4$
$d \approx 2{,}857$
Op een diepte van ongeveer 2900 meter.

33 **a** W is omgekeerd evenredig met x, dus $W = \frac{a}{x}$.

$W = \frac{a}{x}$
$x = 1200$ en $W = 3$ $\Big\}$ $\frac{a}{1200} = 3$ ofwel $\frac{a}{1200} = \frac{3}{1}$
$a = 3 \cdot 1200 = 3600$

Dus $W = \frac{3600}{x}$.

b $x = 250$ geeft $W = \frac{3600}{250} = 14{,}4$
De waardevermindering is 14,4%.

c Los op $\frac{3600}{x} = 8$ ofwel $\frac{3600}{x} = \frac{8}{1}$

$8x = 3600$

$x = 450$

De afstand is 450 meter.

d De waardevermindering is $\frac{20\,000}{300\,000} \times 100\% \approx 6{,}7\%$.

Los op $\frac{3600}{x} = 6{,}7$ ofwel $\frac{3600}{x} = \frac{6{,}7}{1}$

$6{,}7x = 3600$

$x \approx 540$.

De afstand is 540 meter.

e $W = \frac{3600}{x}$ en $x = 300$ geeft $W = \frac{3600}{300} = 12$

De waarde na aanleg is $0{,}88 \cdot 160\,000 = 140\,800$ euro.

Bladzijde 111

34 **a** p is omgekeerd evenredig met t, dus $p = \frac{a}{t}$.

$$\left.\begin{array}{l} p = \frac{a}{t} \\ t = 3 \text{ en } p = 38 \end{array}\right\} \frac{a}{3} = 38 \text{ ofwel } \frac{a}{3} = \frac{38}{1}$$

$a = 3 \cdot 38 = 114$

Dus $p = \frac{114}{t}$.

b $t = 5{,}5$ geeft $p = \frac{114}{5{,}5} \approx 20{,}7$

Na 5,5 jaar is nog 20,7% van de olie aanwezig.

c Los op $\frac{114}{t} = 5$ ofwel $\frac{114}{t} = \frac{5}{1}$

$5t = 114$

$t = 22{,}8$

Het duurt 22,8 jaar.

35 **a** In 3 liter zit 950 mL alcohol, dat is $\frac{950}{300} \times 100\% \approx 31{,}7\%$.

b In 2000 ml zit 950 mL alcohol, dus $c = \frac{950}{2000} \times 100\% = 47{,}5\%$.

c Bij omgekeerd evenredig moet $c \cdot V$ constant zijn.

Bij a geldt $31{,}7 \cdot 3000 = 95\,000$.

Bij b geldt $47{,}5 \cdot 2000 = 95\,000$.

Dus het klopt met de antwoorden van a en b.

d Er geldt $c \cdot V = 95\,000$ en $c = 70$, dus $70V = 95\,000$ en dit geeft $V \approx 1357$.

Hij moet 1000 mL alcohol van 95% aanvullen tot 1357 mL.

e $c \cdot V$ is constant.

$c = 0{,}2$ en $V = 500$ geeft $0{,}2 \cdot 500 = 100$.

$c \cdot V = 100$ en $c = 3$ geeft $3V = 100$

$V \approx 33{,}3$.

Hij moet 33,3 mL aanvullen met water.

Bladzijde 112

36 Als x heel groot is, is $y_1 \approx 0$ en $y_2 \approx 0 + 5 = 5$ en $y_3 \approx 0 - 8 = -8$.

Bladzijde 113

37 **a** Als s heel groot is, dan is $A \approx 0 + 20 = 20$. Dus de grenswaarde is 20.

b Als s toeneemt, dan neemt $\frac{150}{s}$ af. Dus ook $\frac{150}{s} + 20$ neemt af.

De grafiek van A is dus dalend.

c Voer in $y_1 = \frac{150}{x} + 20$ en $y_2 = 24$.

Intersect geeft $x = 37{,}5$, dus vanaf $s = 37{,}5$ is $A < 24$.

d $s = 20$ geeft $A = 27{,}5$ en $s = 25$ geeft $A = 26$.

De afname is 1,5, dat is $\frac{1{,}5}{27{,}5} \times 100\% \approx 5{,}5\%$.

11

38 **a** Als q toeneemt, dan neemt $\frac{4000}{q}$ af. Dus ook $30 + \frac{4000}{q}$ neemt af.
De grafiek van K is dus dalend.
Bij een grotere productie worden de vaste kosten verdeeld over meer apparaten, daardoor nemen de kosten per apparaat af.

b $q = 500$ geeft $K = 38$ en $q = 600$ geeft $K \approx 36{,}67$.
De afname is € 1,33, dat is $\frac{1{,}33}{38} \times 100\% = 3{,}5\%$.

c Als q heel groot is, dan is $K \approx 30 + 0 = 30$. Dus de grenswaarde is 30.
De kosten per apparaat zijn € 30,-.

d Voer in $y_1 = 30 + \frac{4000}{x}$ en $y_1 = 45$.
Intersect geeft $x \approx 266{,}7$.
De productie moet 267 of meer apparaten per dag zijn.

e Ja, want € 30,50 > € 30,-.

39 **a** Bij 2000 m^2 hoort $x = 2$.
$x = 2$ geeft $K = 35$.
De jaarlijkse kosten zijn $2000 \cdot 35 = 70\,000$ euro.

b De oppervlakte is $3 \cdot 20 \cdot 40 = 2400$ m^2.
$x = 2{,}4$ geeft $K = 33{,}75$.
De jaarlijkse kosten zijn $2400 \cdot 33{,}75 = 81\,000$ euro.

c Los op $27{,}5 + \frac{15}{x} = 29{,}5$

$$\frac{15}{x} = 2$$
$$\frac{15}{x} = \frac{2}{1}$$
$$2x = 15$$
$$x = 7{,}5$$

De oppervlakte is dus minstens 7500 m^2.

d Nee, voor de totale schoonmaakkosten moet je K vermenigvuldigen met de oppervlakte.

e $J = 1000x \cdot K = 1000x \cdot \left(27{,}5 + \frac{15}{x}\right) = 27\,500x + \frac{15\,000x}{x} = 27\,500x + 15\,000$
Dus $a = 27\,500$ en $b = 15\,000$.

11.4 Formules met meer variabelen

Bladzijde 115

40 $q = 2p - 3$ invullen in $N = 3p + 4q - 5$ geeft
$N = 3p + 4(2p - 3) - 5 = 3p + 8p - 12 - 5 = 11p - 17$.
Dus $N = 11p - 17$.

11

41 **a**
$$\left.\begin{array}{l} R = 820 + 5p - 2q \\ p = 8 - 3q \end{array}\right\} \begin{array}{l} R = 820 + 5(8 - 3q) - 2q \\ R = 820 + 40 - 15q - 2q \\ R = 860 - 17q \end{array}$$

Dus $R = 860 - 17q$.

b
$$\left.\begin{array}{l} R = 820 + 5p - 2q \\ q = 2p - 120 \end{array}\right\} \begin{array}{l} R = 820 + 5p - 2(2p - 120) \\ R = 820 + 5p - 4p + 240 \\ R = p + 1060 \end{array}$$

Dus $R = 1p + 1060$.

c $R = 1000$ en $p = 70$ geeft $820 + 5 \cdot 70 - 2q = 1000$

$$820 + 350 - 2q = 1000$$
$$-2q = -170$$
$$q = 85$$

Dus $q = 85$.

Bladzijde 116

42 **a** $a = 12$ en $b = 5$ geeft $P = \frac{3}{12} \cdot (5 - 3) = 0{,}5$

b $b = 4\frac{1}{2}$ geeft $P = \frac{3}{a} \cdot \left(4\frac{1}{2} - 3\right) = \frac{3}{a} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{4{,}5}{a} = \frac{9}{2a}$

c $\left.\begin{array}{l} P = \frac{3}{a} \cdot (b - 3) \\ b = 5a - 1 \end{array}\right\} P = \frac{3}{a} \cdot (5a - 1 - 3)$

$$P = \frac{3(5a - 4)}{a}$$

$$P = \frac{15a - 12}{a}$$

d $\left.\begin{array}{l} P = \frac{3}{a} \cdot (b - 3) \\ b = \frac{1}{2}a + 3 \end{array}\right\} P = \frac{3}{a} \cdot \left(\frac{1}{2}a + 3 - 3\right)$

$$P = \frac{3}{a} \cdot \frac{1}{2}a$$

$$P = \frac{1{,}5a}{a} = 1{,}5$$

43 **a** $p = 4$ en $q = 3$ geeft $E = \frac{2 \cdot 4^2}{4^2 + 3^2} = 1{,}28$.

b $\left.\begin{array}{l} E = \frac{2p^2}{p^2 + q^2} \\ q = 2p \end{array}\right\} E = \frac{2p^2}{p^2 + (2p)^2}$

$$E = \frac{2p^2}{p^2 + 4p^2}$$

$$E = \frac{2p^2}{5p^2} = 0{,}4$$

c $\left.\begin{array}{l} E = \frac{2p^2}{p^2 + q^2} \\ p = 2q \end{array}\right\} E = \frac{2(2q)^2}{(2q)^2 + q^2}$

$$E = \frac{2 \cdot 4q^2}{4q^2 + q^2}$$

$$E = \frac{8q^2}{5q^2} = 1{,}6$$

Dus $c = 1{,}6$.

d $\left.\begin{array}{l} E = \frac{2p^2}{p^2 + q^2} \\ q = p + 1 \end{array}\right\} E = \frac{2p^2}{p^2 + (p + 1)^2}$

$$E = \frac{2p^2}{p^2 + p^2 + p + p + 1}$$

$$E = \frac{2p^2}{2p^2 + 2p + 1}$$

e $\left.\begin{array}{l} E = \frac{2p^2}{p^2 + q^2} \\ p = q + 1 \end{array}\right\} E = \frac{2(q + 1)^2}{(q + 1)^2 + q^2}$

$$E = \frac{2(q^2 + q + q + 1)}{q^2 + q + q + 1 + q^2}$$

$$E = \frac{2(q^2 + 2q + 1)}{2q^2 + 2q + 1}$$

$$E = \frac{2q^2 + 4q + 2}{2q^2 + 2q + 1}$$

11

44 **a** $\left.\begin{array}{l} K = \dfrac{3a}{a-1} \cdot (b+2) \\ b = 2a - 3 \end{array}\right\} K = \dfrac{3a}{a-1} \cdot (2a - 3 + 2)$

$$K = \frac{3a}{a-1} \cdot (2a-1)$$

$$K = \frac{3a(2a-1)}{a-1}$$

$$K = \frac{6a^2 - 3a}{a-1}$$

b $\left.\begin{array}{l} D = \dfrac{5q}{q+3} \cdot (2p-3) \\ p = 4 - q \end{array}\right\} D = \dfrac{5q}{q+3} \cdot (2(4-q) - 3)$

$$D = \frac{5q}{q+3} \cdot (8 - 2q - 3)$$

$$D = \frac{5q}{q+3} \cdot (5 - 2q)$$

$$D = \frac{5q(5-2q)}{q+3}$$

$$D = \frac{25q - 10q^2}{q+3}$$

$$D = \frac{-10q^2 + 25q}{q+3}$$

Dus $a = -10$ en $b = 25$.

c $\left.\begin{array}{l} F = \dfrac{a^2 - b^2}{b^2 - 1} \\ b = a - 1 \end{array}\right\} F = \dfrac{a^2 - (a-1)^2}{(a-1)^2 - 1}$

$$F = \frac{a^2 - (a^2 - a - a + 1)}{a^2 - a - a + 1 - 1}$$

$$F = \frac{a^2 - (a^2 - 2a + 1)}{a^2 - 2a}$$

$$F = \frac{2a - 1}{a^2 - 2a}$$

45 **a** $A = 240$ en $q = 117$ geeft $-10p + 0{,}3 \cdot 240 + 150 = 117$

$$-10p = -105$$

$$p = 10{,}5$$

De prijs van een blik is €10,50.

b $\left.\begin{array}{l} q = -10p + 0{,}3A + 150 \\ A = 10p \end{array}\right\} q = -10p + 0{,}3 \cdot 10p + 150$

$$q = -10p + 3p + 150$$

$$q = -7p + 150$$

c $\left.\begin{array}{l} q = -10p + 0{,}3A + 150 \\ A = 30 + 5p \end{array}\right\} q = -10p + 0{,}3(30 + 5p) + 150$

$$q = -10p + 9 + 1{,}5p + 150$$

$$q = -8{,}5p + 159$$

d $\left.\begin{array}{l} q = -10p + 0{,}3A + 150 \\ A = 2p + 8 \end{array}\right\} q = -10p + 0{,}3(2p + 8) + 150$

$$q = -10p + 0{,}6p + 2{,}4 + 150$$

$$q = -9{,}4p + 152{,}4$$

11

Bladzijde 117

46 **a** $BO = 180$ en $SH = 168$ geeft $G = 5{,}2 \cdot 180 + 2{,}6 \cdot 168 - 855 \approx 518$ kg.

b De 5 cm borstomvang te veel draagt $4{,}3 \cdot 5 = 21{,}5$ kg bij aan het berekende gewicht. De schatting van het gewicht valt dus 21,5 kg te hoog uit.

c $\left.\begin{array}{l} G = 4{,}3BO + 3{,}0SH - 785 \\ BO = SH + 12 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} G = 4{,}3(SH + 12) + 3{,}0SH - 785 \\ G = 4{,}3SH + 51{,}6 + 3{,}0SH - 785 \\ G = 7{,}3SH - 733{,}4 \end{array}$

d $5{,}2 \cdot 180 + 2{,}6SH - 855 = 4{,}3 \cdot 185 + 3{,}0SH - 785$
$81 + 2{,}6SH = 10{,}5 + 3{,}0SH$
$2{,}6SH - 3{,}0SH = 10{,}5 - 81$
$-0{,}4SH = -70{,}5$
$SH \approx 176$
Dus de schofthoogte is 1,76 m.

47 **a** $w = 3$ en $v = 40$ geeft $A = 6(50 - 40)(3 - 2) + 430 = 6 \cdot 10 \cdot 1 + 430 = 490$
Er passeren 490 auto's per uur.

b $v = 40$ geeft $A = 6(50 - 40)(w - 2) + 430 = 6 \cdot 10 \cdot (w - 2) + 430$
$= 60(w - 2) + 430 = 60w - 120 + 430 = 60w + 310$
Dus $A = 60w + 310$.

c $w = 3{,}5$ geeft $A = 6(50 - v)(3{,}5 - 2) + 430 = 6(50 - v) \cdot 1{,}5 + 430$
$= 9(50 - v) + 430 = 450 - 9v + 430 = 880 - 9v$
Dus $A = 880 - 9v$.

d $\left.\begin{array}{l} A = 6(50 - v)(w - 2) + 430 \\ v = 10w \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} A = 6(50 - 10w)(w - 2) + 430 \\ A = 6(50w - 100 - 10w^2 + 20w) + 430 \\ A = 6(-10w^2 + 70w - 100) + 430 \\ A = -60w^2 + 420w - 600 + 430 \\ A = -60w^2 + 420w - 170 \end{array}$

Bladzijde 118

48 **a** $x = 20$ geeft $K = \dfrac{1200}{20} + 2{,}5\sqrt{20} + 30 = 101{,}180...$

$x = 40$ geeft $K = \dfrac{1200}{40} + 2{,}5\sqrt{40} + 30 = 75{,}811...$

De relatieve verandering is $\dfrac{75{,}811... - 101{,}180...}{101{,}180...} \times 100\% \approx -25{,}1\%$.

Dus met 25,1%.

b Voer in $y_1 = \dfrac{1200}{x} + 2{,}5\sqrt{x} + 30$.

Optie minimum geeft $x \approx 97{,}315$.
Dus bij 97 km^2 per gebied zijn de kosten minimaal.
Er zijn dan $\dfrac{6000}{97} \approx 62$ magazijnen nodig.

c $\left.\begin{array}{l} K = \dfrac{1200}{x} + 2{,}5\sqrt{x} + 30 \\ x = \dfrac{6000}{n} \end{array}\right\}$ $K = \dfrac{1200}{\left(\dfrac{6000}{n}\right)} + 2{,}5\sqrt{\dfrac{6000}{n}} + 30$

$K = 1200 \cdot \dfrac{n}{6000} + 2{,}5 \cdot \dfrac{\sqrt{6000}}{\sqrt{n}} + 30$

$K = 0{,}2n + \dfrac{193{,}649...}{\sqrt{n}} + 30$

Dus $a = 0{,}2$ en $b \approx 194$.

49 **a** $q = 2p - 3$
$2p - 3 = q$
$2p = q + 3$
$p = \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}$

b $\left.\begin{array}{l} N = 3p + 4q - 5 \\ p = \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} N = 3\left(\frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}\right) + 4q - 5 \\ N = 1\frac{1}{2}q + 4\frac{1}{2} + 4q - 5 \\ N = 5\frac{1}{2}q - \frac{1}{2} \end{array}$

11

Bladzijde 119

50 **a** $r + 8s = 100$

$$\left.\begin{aligned} r &= 100 - 8s \\ T &= 3r + 6s + 80 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} T &= 3(100 - 8s) + 6s + 80 \\ T &= 300 - 24s + 6s + 80 \\ T &= -18s + 380 \end{aligned}$$

b $5a - 8b = 160$

$-8b = -5a + 160$

$$\left.\begin{aligned} b &= 0{,}625a - 20 \\ C &= 2a - 3b + 64 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} C &= 2a - 3(0{,}625a - 20) + 64 \\ C &= 2a - 1{,}875a + 60 + 64 \\ C &= 0{,}125a + 124 \end{aligned}$$

51 **a** $3m + 5n = 12$

$5n = 12 - 3m$

$$\left.\begin{aligned} n &= 2{,}4 - 0{,}6m \\ Q &= 5m - n + 125 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} Q &= 5m - (2{,}4 - 0{,}6m) + 125 \\ Q &= 5m - 2{,}4 + 0{,}6m + 125 \\ Q &= 5{,}6m + 122{,}6 \end{aligned}$$

b $5{,}6m + 122{,}6 = 201$

$5{,}6m = 78{,}4$

$m = 14$

$m = 14$ geeft $n = 2{,}4 - 0{,}6 \cdot 14 = -6$

Dus $m = 14$ en $n = -6$.

52 **a** $t = -\frac{1}{3}p + 3\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}p = -t + 3\frac{2}{3}$

$$\left.\begin{aligned} p &= -3t + 11 \\ A &= 2t + 5p + 9 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} A &= 2t + 5(-3t + 11) + 9 \\ A &= 2t - 15t + 55 + 9 \\ A &= -13t + 64 \end{aligned}$$

Dus $a = -13$ en $b = 64$.

b $3x - 2y = 6$

$-2y = -3x + 6$

$$\left.\begin{aligned} y &= 1{,}5x - 3 \\ B &= 5xy + 20 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} B &= 5x(1{,}5x - 3) + 20 \\ B &= 7{,}5x^2 - 15x + 20 \end{aligned}$$

Dus $a = 7{,}5$, $b = -15$ en $c = 20$.

11.5 Formules omwerken en redeneren met formules

Bladzijde 121

53 de formules III, IV en V

Bladzijde 122

54 **a** $K = 36 \cdot \dfrac{5 - 3x}{4{,}5} - 12$

$K = \dfrac{36}{4{,}5} \cdot (5 - 3x) - 12$

$K = 8(5 - 3x) - 12$

$K = 40 - 24x - 12$

$K = -24x + 28$

b $P = 20 + \dfrac{3 - 2t}{5} \cdot 35$

$P = 20 + \dfrac{35}{5} \cdot (3 - 2t)$

$P = 20 + 7(3 - 2t)$

$P = 20 + 21 - 14t$

$P = -14t + 41$

c $2(x - 5) - 3(y + 1) = 15$

$2x - 10 - 3y - 3 = 15$

$2x = 3y + 28$

$x = 1\frac{1}{2}y + 14$

d $2 + \dfrac{y}{x + 3} = 7$

$\dfrac{y}{x + 3} = 5$

$\dfrac{y}{x + 3} = \dfrac{5}{1}$

$y = 5(x + 3)$

$y = 5x + 15$

e $3\left(\frac{2}{3}L - 8\right) + 4K = 6(2 - L)$

$2L - 24 + 4K = 12 - 6L$

$8L = -4K + 36$

$L = -\frac{1}{2}K + 4\frac{1}{2}$

Bladzijde 123

55 **a** $\dfrac{4A}{3(2t-20)}=16$

$\dfrac{4A}{3(2t-20)}=\dfrac{16}{1}$

$4A=48(2t-20)$

$4A=96t-960$

$A=24t-240$

b $2P-8=0{,}4\sqrt{Q}$

$0{,}4\sqrt{Q}=2P-8$

$\sqrt{Q}=5P-20$

$Q=(5P-20)^2$

c $\dfrac{5x}{3y-2}=6$

$\dfrac{5x}{3y-2}=\dfrac{6}{1}$

$5x=6(3y-2)$

$5x=18y-12$

$x=3{,}6y-2{,}4$

d $K=5+\dfrac{8}{q}$

$K-5=\dfrac{8}{q}$

$q=\dfrac{8}{K-5}$

e $A=\dfrac{B+4}{3B-2}$

$\dfrac{A}{1}=\dfrac{B+4}{3B-2}$

$A(3B-2)=B+4$

$3AB-2A=B+4$

$3AB-B=2A+4$

$B(3A-1)=2A+4$

$B=\dfrac{2A+4}{3A-1}$

f $3(1-M)=2-\dfrac{1}{N}$

$3-3M=2-\dfrac{1}{N}$

$\dfrac{1}{N}=2-3+3M$

$\dfrac{1}{N}=3M-1$

$N=\dfrac{1}{3M-1}$

56 **a** $\left.\begin{array}{l} H=\dfrac{5pq}{12(6-r)} \\ H=15 \text{ en } q=6 \end{array}\right\}\ \dfrac{5p\cdot 6}{12(6-r)}=15$

$\dfrac{30p}{72-12r}=\dfrac{15}{1}$

$30p=15(72-12r)$

$p=\frac{1}{2}\cdot(72-12r)$

$p=-6r+36$

b $\left.\begin{array}{l} L=t^2\cdot\dfrac{5-x}{5y}+6 \\ L=16 \text{ en } t=5 \end{array}\right\}\ 5^2\cdot\dfrac{5-x}{5y}+6=16$

$25\cdot\dfrac{5-x}{5y}=10$

$\dfrac{5-x}{5y}=\dfrac{10}{25}$

$5y\cdot 10=25(5-x)$

$50y=125-25x$

$y=-0{,}5x+2{,}5$

c $1{,}5A=6-0{,}6\sqrt{B-1}$

$6-0{,}6\sqrt{B-1}=1{,}5A$

$-0{,}6\sqrt{B-1}=1{,}5A-6$

$\sqrt{B-1}=-2{,}5A+10$

$B-1=(-2{,}5A+10)^2$

$B=(-2{,}5A+10)^2+1$

d $F=\dfrac{2A+7}{3A-8}$

$\dfrac{F}{1}=\dfrac{2A+7}{3A-8}$

$F(3A-8)=2A+7$

$3AF-8F=2A+7$

$3AF-2A=8F+7$

$A(3F-2)=8F+7$

$A=\dfrac{8F+7}{3F-2}$

11

57 **a** $G = 1{,}41 - 1{,}162w + 0{,}98t + 0{,}0124w^2 + 0{,}0185tw$
$t = -5$ en $G = -17$

$$\left.\begin{array}{l} G = 1{,}41 - 1{,}162w + 0{,}98t + 0{,}0124w^2 + 0{,}0185tw \\ t = -5 \text{ en } G = -17 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1{,}41 - 1{,}162w + 0{,}98 \cdot -5 + 0{,}0124w^2 + 0{,}0185 \cdot -5w = -17 \\ 1{,}41 - 1{,}162w - 4{,}9 + 0{,}0124w^2 - 0{,}0925w = -17 \\ 0{,}0124w^2 - 1{,}2545w = -13{,}51 \end{array}$$

Voer in $y_1 = 0{,}0124x^2 - 1{,}2545x$ en $y_2 = -13{,}51$.
Intersect geeft $x \approx 12{,}25$, dus de windsnelheid is ongeveer 12 m/s.

b $w = 8$ geeft $G = 1{,}41 - 1{,}162 \cdot 8 + 0{,}98t + 0{,}0124 \cdot 8^2 + 0{,}0185t \cdot 8$
$G = 1{,}41 - 9{,}296 + 0{,}98t + 0{,}7936 + 0{,}148t$
$G = 1{,}128t - 7{,}0924$
Dus $a = 1{,}128$ en $b = -7{,}0924$.

c $t = 2$ geeft $G = 1{,}41 - 1{,}162w + 0{,}98 \cdot 2 + 0{,}0124w^2 + 0{,}0185 \cdot 2 \cdot w$
$G = 0{,}0124w^2 - 1{,}125w + 3{,}37$
Voer in $y_1 = 0{,}0124x^2 - 1{,}125x + 3{,}37$.
De optie zero (TI) of ROOT (Casio) geeft $x \approx 3{,}102$.
De windsnelheid is groter dan 3,1 m/s.

Bladzijde 124

58 **a** y neemt af
b y neemt toe
c y neemt af
d y neemt toe

Bladzijde 125

59 Als x heel groot is, is $\frac{20}{x} \approx 0$, dan is $100 - \frac{20}{x} \approx 100$.

Dus de grenswaarde van $y = 100 - \frac{20}{x}$ is 100.

Als x heel groot is, is $x^2 + 1$ heel groot. Dan is $\frac{10}{x^2 + 1} \approx 0$, dus $50 - \frac{10}{x^2 + 1} \approx 50$.

Dus de grenswaarde van $y = 50 - \frac{10}{x^2 + 1}$ is 50.

Als x heel groot is, is $0{,}8^x \approx 0$, dan is ook $50 \cdot 0{,}8^x \approx 0$, dus $\frac{50 \cdot 0{,}8^x}{\sqrt{x}} \approx 0$.

Dus de grenswaarde van $y = \frac{50 \cdot 0{,}8^x}{\sqrt{x}}$ is 0.

60 **a** Als x toeneemt, dan neemt $\frac{100}{x}$ af, dus dan neemt $250 - \frac{100}{x}$ toe.
Dus de grafiek van y is stijgend.
Als x heel groot is, is $\frac{100}{x} \approx 0$, dan is $250 - \frac{100}{x} \approx 250$.
Dus de grenswaarde is 250.

b Als x toeneemt, dan neemt $\frac{12}{x^2}$ af, dus dan neemt $25 + \frac{12}{x^2}$ af.
Dus de grafiek van y is dalend.
Als x heel groot is, is x^2 heel groot. Dan is $\frac{12}{x^2} \approx 0$, dus $25 + \frac{12}{x^2} \approx 25$.
Dus de grenswaarde is 25.

c Als x toeneemt, dan neemt $2 + \sqrt{x}$ toe, dus dan neemt $\frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ af en dan neemt $40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ toe.
Dus de grafiek van y is stijgend.
Als x heel groot is, is $2 + \sqrt{x}$ heel groot. Dan is $\frac{80}{2 + \sqrt{x}} \approx 0$, dus $40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}} \approx 40$.
Dus de grenswaarde is 40.

11

d Als x toeneemt, dan neemt $0{,}98^x$ af, dus de teller neemt af.
Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe, dus de noemer neemt toe.
Van $\dfrac{100 \cdot 0{,}98^x}{x^2+1}$ neemt de teller af en de noemer toe, dus $\dfrac{100 \cdot 0{,}98^x}{x^2+1}$ neemt af.
Dus de grafiek van y is dalend.
Als x heel groot is, is $0{,}98^x \approx 0$, dan is ook $100 \cdot 0{,}98^x \approx 0$, dus $\dfrac{100 \cdot 0{,}98^x}{x^2+1} \approx 0$.
Dus de grenswaarde is 0.

61 **a** Als t toeneemt, dan neemt $0{,}75^t$ af, dus dan neemt $3 \cdot 0{,}75^t$ af en $2 - 3 \cdot 0{,}75^t$ toe en dan neemt $1250(2 - 3 \cdot 0{,}75^t)$ dus ook toe.
Dus de grafiek van N is stijgend.
Als t heel groot is dan is $0{,}75^t \approx 0$. Dus dan is $N \approx 1250(2 - 3 \cdot 0) = 1250 \cdot 2 = 2500$.
Dus de grenswaarde is 2500.
b Als t toeneemt, dan neemt $0{,}65^t$ af, dus dan neemt $250 + 333 \cdot 0{,}65^t$ af en dan neemt $\dfrac{18\,000}{250 + 333 \cdot 0{,}65^t}$ toe.
Dus de grafiek van N is stijgend.
Als t heel groot is dan is $0{,}65^t \approx 0$. Dus dan is $N \approx \dfrac{18\,000}{250 + 333 \cdot 0} = \dfrac{18\,000}{250} = 72$.
Dus de grenswaarde is 72.

Bladzijde 126

62 **a** Als v toeneemt neemt v^2 toe, dus (bij gelijkblijvende f) neemt dan ook $\dfrac{v^2}{25f}$ toe.
Dus als v toeneemt neemt L toe.
b Hoe meer grip, hoe kleiner de remweg. Dus moet gelden hoe groter f hoe kleiner L en dit klopt want als f toeneemt neemt $\dfrac{v^2}{25f}$ af.
c $\left.\begin{array}{l} L = \dfrac{v^2}{25f} \\ f = 8 \end{array}\right\} L = \dfrac{v^2}{25 \cdot 8} = \dfrac{v^2}{200} = \frac{1}{200} \cdot v^2 = 0{,}005v^2$
Dus $L = 0{,}005v^2$.
d $\left.\begin{array}{l} L = \dfrac{v^2}{25f} \\ v = 60 \end{array}\right\} L = \dfrac{60^2}{25f} = \dfrac{3600}{25f} = \dfrac{144}{f}$
Dus $b = 144$.
e $\left.\begin{array}{l} L = \dfrac{v^2}{25f} \\ L = 38 \end{array}\right\} \dfrac{v^2}{25f} = 38$ ofwel $\dfrac{v^2}{25f} = \dfrac{38}{1}$

$38 \cdot 25f = v^2$
$950f = v^2$
$f = \dfrac{v^2}{950}$

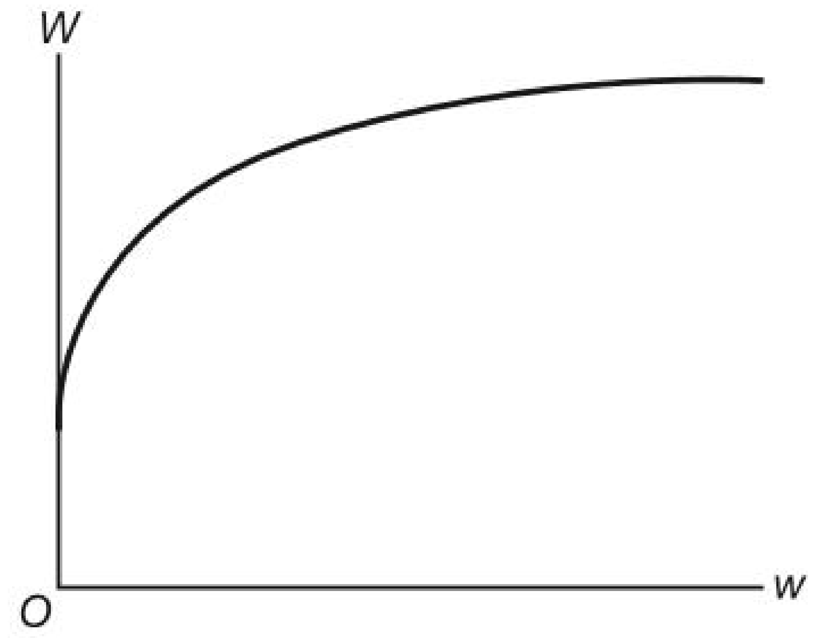
f Bij een snelheid van a km/uur is $L = \dfrac{a^2}{25f}$.
Bij een 20% hogere snelheid, dus bij $v = 1{,}2a$ is $L = \dfrac{(1{,}2a)^2}{25f} = \dfrac{1{,}44a^2}{25f} = 1{,}44 \cdot \dfrac{a^2}{25f}$.
Dus de lengte van de remweg neemt met 44% toe bij een 20% hogere snelheid.

63 Voor de grote schildpad geldt $\dfrac{g}{l^3} = 0{,}17$.
Voor de kleine schildpad is l kleiner dan bij de grote, terwijl g gelijk is.
Dus de teller is gelijk en de noemer is kleiner, dus de breuk $\dfrac{g}{l^3}$ is groter.
Dus voor de kleine schildpad is $\dfrac{g}{l^3} > 0{,}17$, dus deze verkeert in voldoende conditie.

11

64 **a** $T = 33$ en $G = 33 + (T - 33) \cdot W$ geeft $G = 33 + (33 - 33)W = 33 + 0W = 33$.
Dus bij een luchttemperatuur van 33 °C is de gevoelstemperatuur 33 °C ongeacht de windsnelheid.

b Als $T \approx 0$, dan is $G \approx 33 + (0 - 33) \cdot W = 33 - 33W$.
Voer in $y_1 = 0{,}474 + 0{,}454\sqrt{x} \cdot \left(1 - 0{,}1\sqrt{x}\right)$.



De grafiek van W is stijgend, dus als w toeneemt dan neemt W ook toe.
Dus voor $T \approx 0$ geldt: als w toeneemt, dan neemt W ook toe en dan neemt G dus af.
Dus bij temperaturen rondom het vriespunt neemt de gevoelstemperatuur af als de windsnelheid toeneemt.

Diagnostische toets

Bladzijde 128

1 Tussen de lijnen $x = 2$ en $x = 6$ en ook tussen de lijnen $-3x + 4y = -10$ en $-3x + 4y = 6$ en boven de lijn $2x + 3y = 9$.

De lijn $-3x + 4y = -10$.

x	0	2
y	−2,5	−1

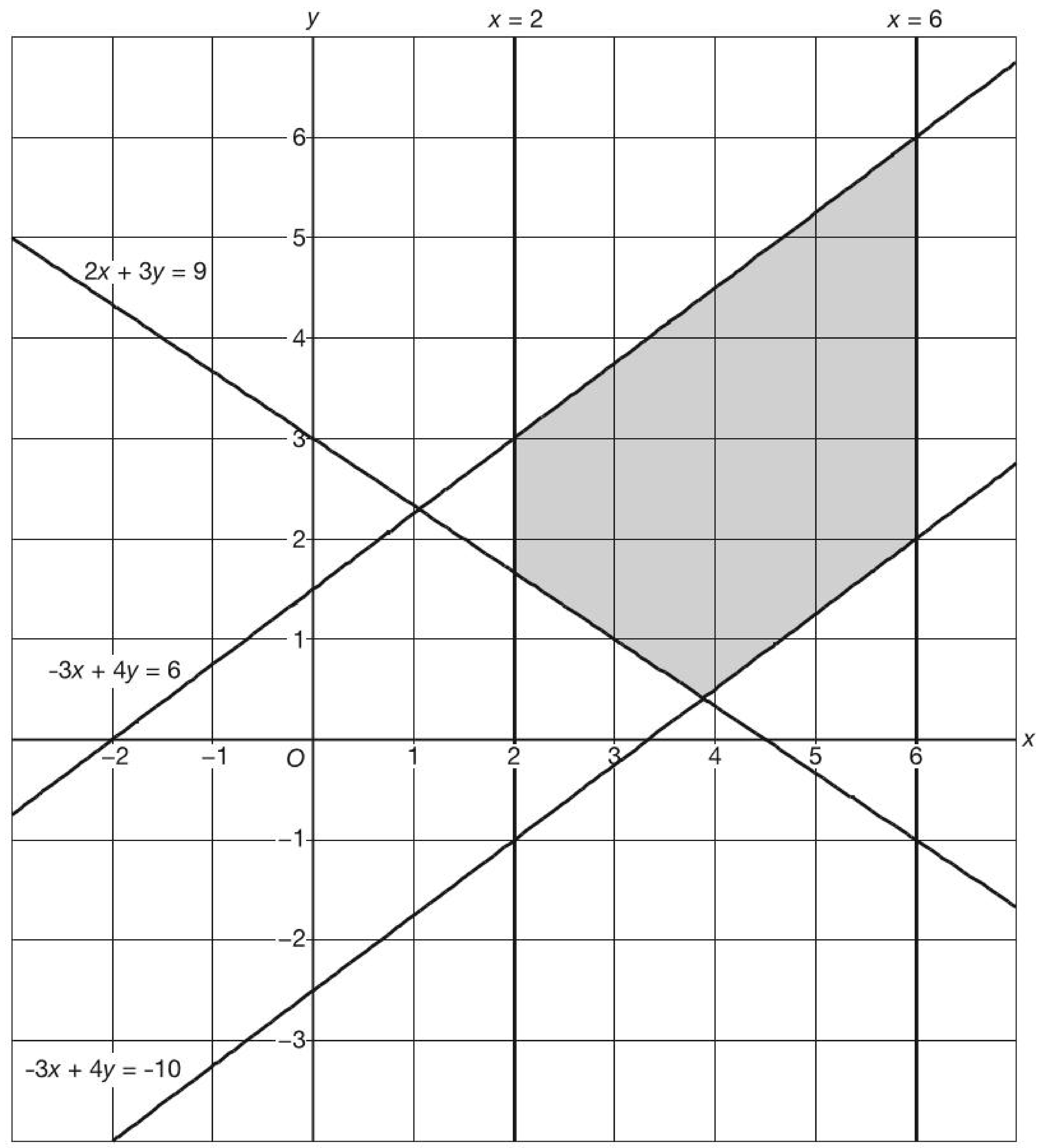
De lijn $-3x + 4y = 6$.

x	0	−2
y	1,5	0

De lijn $2x + 3y = 9$.

x	0	3
y	3	1

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 9$; dit klopt niet. Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



2 **a** $M \geq 0$, $C \geq 0$, $M + C \leq 300$ en $2{,}50M + 1{,}50C \geq 600$

b De lijn $M + C = 300$.

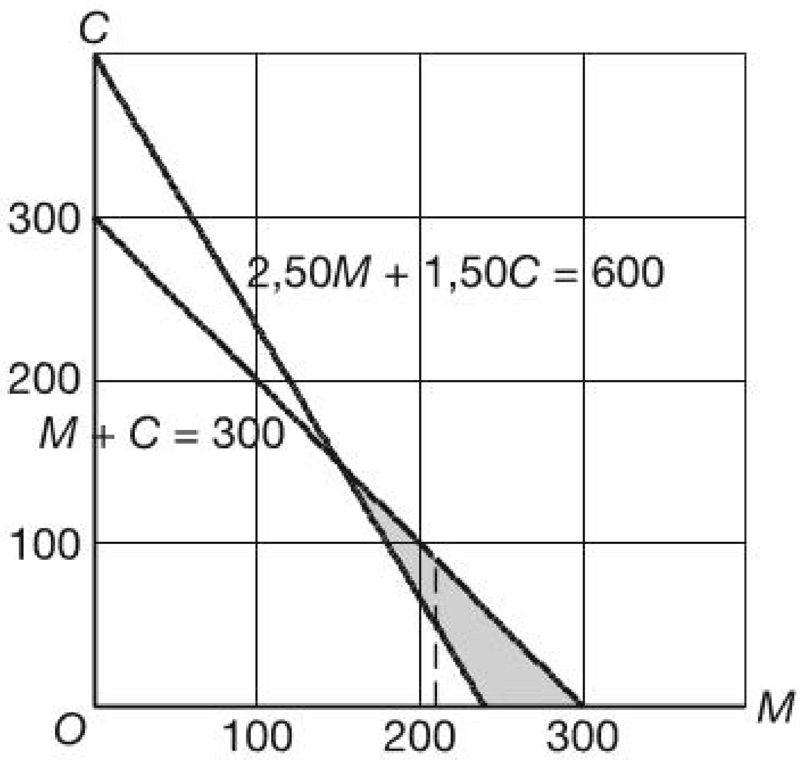
M	0	300
C	300	0

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \leq 300$; dit klopt.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) in ligt.

De lijn $2{,}50M + 1{,}50C = 600$.

M	0	240
C	400	0

(0, 0) invullen geeft $0 + 0 \geq 600$; dit klopt niet.
Dus je moet het halfvlak met rand hebben waar (0, 0) niet in ligt.



c $M = 210$ en $M + C = 300$ geeft $210 + C = 300$ dus $C = 90$
$M = 210$ en $2{,}50M + 1{,}50C = 600$ geeft $2{,}50 \cdot 210 + 1{,}50C = 600$

$$525 + 1{,}50C = 600$$
$$1{,}50C = 75$$
$$C = 50$$

Dus Stan heeft minstens 50 cornetto's verkocht, maar hoogstens 90.

3 **a** $P = 3 - \dfrac{5}{q^2} = \dfrac{3q^2}{q^2} - \dfrac{5}{q^2} = \dfrac{3q^2 - 5}{q^2}$

Dus $P = \dfrac{3q^2 - 5}{q^2}$.

b $B = \dfrac{24a}{a + 6} \cdot (3 - a) \cdot \frac{2}{5} = \dfrac{24a \cdot (3 - a)}{a + 6} \cdot \frac{2}{5} = \dfrac{(72a - 24a^2) \cdot 2}{(a + 6) \cdot 5} = \dfrac{144a - 48a^2}{5a + 30} \left(= \dfrac{28{,}8a - 9{,}6a^2}{a + 6} \right)$

Dus $B = \dfrac{144a - 48a^2}{5a + 30}$.

c $K = 2 - \dfrac{q^2 + 3q + 2}{q} + 4q = 2 - \dfrac{q^2}{q} + \dfrac{3q}{q} + \dfrac{2}{q} + 4q = 2 - q + 3 + \dfrac{2}{q} + 4q = 5 + 3q + \dfrac{2}{q}$

d $C = \dfrac{2{,}5t^{3{,}75}}{2t^2} \cdot \frac{2}{5}t^{-1{,}12} = 1{,}25t^{3{,}75-2} \cdot \frac{2}{5}t^{-1{,}12} = 1{,}25\,t^{1{,}75} \cdot \frac{2}{5}t^{-1{,}12} = \frac{1}{2}t^{1{,}75-1{,}12} = \frac{1}{2}t^{0{,}63}$

e $\dfrac{5V}{6q + 7} = 8$

$\dfrac{5V}{6q + 7} = \dfrac{8}{1}$

$8(6q + 7) = 5V$
$48q + 56 = 5V$
$48q = 5V - 56$
$q = \dfrac{5V - 56}{48}$

4 Van sap C gebruikt hij $\frac{9}{15} \cdot 45 = 27$cL.

Voor 27 cL C is $\frac{4}{6} \cdot 27 = 18$cL E nodig.

Dus hij moet 18 cL van sap E gebruiken.

5 F is omgekeerd evenredig met s, dus $F = \frac{a}{s}$.

$$\left.\begin{array}{l} F = \frac{a}{s} \\ s = 20 \text{ en } F = 40 \end{array}\right\} \frac{a}{20} = 40 \text{ ofwel } \frac{a}{20} = \frac{40}{1}$$

$$a = 20 \cdot 40 = 800$$

Dus $F = \frac{800}{s}$.

Bladzijde 129

6 **a** Als q heel groot is, is $\frac{560}{q} \approx 0$, dan is $1{,}75 + \frac{560}{q} \approx 1{,}75$.

Dus de grenswaarde is 1,75.

Dit betekent dat bij een zeer grote productie de kosten per vaas ongeveer 1,75 euro zijn.

b Als q toeneemt, dan neemt $\frac{560}{q}$ af, dus dan neemt $1{,}75 + \frac{560}{q}$ af.

Dus de grafiek van K is dalend.

c Voer in $y_1 = 1{,}75 + \frac{560}{q}$ en $y_2 = 4{,}25$.

Intersect geeft $x = 224$.
Dus bij een dagproductie van 224 vazen is de kostprijs per vaas €4,25.

7 **a**
$$\left.\begin{array}{l} R = 2xy - 5 \\ y = 3x + 2 \end{array}\right\} R = 2x(3x + 2) - 5$$
$$R = 6x^2 + 4x - 5$$

b $q = 3p - 2$
$3p = q + 2$
$$\left.\begin{array}{l} 6p = 2q + 4 \\ L = 6p - 5q + 2 \end{array}\right\} L = 2q + 4 - 5q + 2$$
$$L = -3q + 6$$

8 **a** $F = 15$ en $T = -18$ geeft $(2000 - 16{,}3v)(-5 - -18)^{-1{,}668} = 15$
Voer in $y_1 = (2000 - 16{,}3x)(-5 + 18)^{-1{,}668}$ en $y_2 = 15$.
Intersect geeft $x \approx 56{,}3$.
Dus de windsnelheid is 56 km/uur.

b $T = -12$ geeft $F = (2000 - 16{,}3v)(-5 - -12)^{-1{,}668}$
$F = (2000 - 16{,}3v) \cdot 0{,}0389...$
$F \approx 77{,}88 - 0{,}63v$
Dus $F = -0{,}63v + 77{,}88$.

9 **a** $V = 6 - 45 \cdot \dfrac{2q - 26}{18} = 6 - \dfrac{45}{18}(2q - 26) = 6 - 2{,}5(2q - 26) = 6 - 5q + 65 = -5q + 71$

Dus $V = -5q + 71$.

b $F = 4 + \dfrac{3}{p}$

$F - 4 = \dfrac{3}{p}$

$p = \dfrac{3}{F - 4}$

c $G = \dfrac{3q - 1}{4q + 5}$

$\dfrac{G}{1} = \dfrac{3q - 1}{4q + 5}$

$3q - 1 = G(4q + 5)$
$3q - 1 = 4Gq + 5G$
$3q - 4Gq = 5G + 1$
$q(3 - 4G) = 5G + 1$
$q = \dfrac{5G + 1}{3 - 4G}$

d $F = 0{,}125\sqrt{p - 5}$
$0{,}125\sqrt{p - 5} = F$
$\sqrt{p - 5} = 8F$
$p - 5 = (8F)^2$
$p - 5 = 64F^2$
$p = 64F^2 + 5$

10 **a** Als t toeneemt, dan neemt $0{,}82^t$ af, dus dan neemt $4 + 9 \cdot 0{,}82^t$ ook af.

Daarom neemt $\dfrac{1500}{4 + 9 \cdot 0{,}82^t}$ toe en is de grafiek van A is stijgend.

Als t heel groot is dan is, is $0{,}82^t \approx 0$. Dus dan is $A \approx \dfrac{1500}{4 + 9 \cdot 0} = \dfrac{1500}{4} = 375$.

Dus de grenswaarde is 375.

b Als t toeneemt, dan neemt $0{,}88^t$ af, dus dan neemt $3 - 2 \cdot 0{,}88^t$ toe, dus dan neemt $30(3 - 2 \cdot 0{,}88^t)$ ook toe. Dus de grafiek van N is stijgend.
Als t heel groot is dan is, is $0{,}88^t \approx 0$. Dus dan is $N \approx 30(3 - 2 \cdot 0) = 30 \cdot 3 = 90$.
Dus de grenswaarde is 90.

c Als x toeneemt, dan neemt $0{,}95^x$ af, dus de teller neemt af.
Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe, dus de noemer neemt toe.

Van $\dfrac{15 \cdot 0{,}95^x}{x^2 + 1}$ neemt de teller af en de noemer toe, dus $\dfrac{15 \cdot 0{,}95^x}{x^2 + 1}$ neemt af,

dus dan neemt $30 - \dfrac{15 \cdot 0{,}95^x}{x^2 + 1}$ toe.

Dus de grafiek van y is stijgend.

Als x heel groot is dan is $0{,}95^x \approx 0$, dus dan is $15 \cdot 0{,}95^x \approx 0$, en ook $\dfrac{15 \cdot 0{,}95^x}{x^2 + 1} \approx 0$.

Dus dan is $y \approx 30 - 0 = 30$.
De grenswaarde is dus 30.

11