Gemengde opgaven

1 Rekenregels en verhoudingen

Bladzijde 177

1 **a** 0,15 mm = 0,015 cm en 1,39 m = 139 cm
De hoeveelheid echt hout is $0{,}015 \cdot 139 \cdot 19 = 39{,}6\ \text{cm}^3$.
b Hoeveelheid is $3240 \cdot 60 \cdot 12 \cdot 36{,}6 = 92\,378\,880\ \text{cm}^3 \approx 92{,}4\ \text{m}^3$.
c In totaal zijn er $2 + 5 + 1 = 8$ delen, 38 500 beuken planken vormen dus $\frac{1}{4}$ deel.
Dus er worden $38\,500 \cdot 4 = 15\,400$ massief houten planken geproduceerd.

2 **a** Een jaar heeft $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31\,536\,000$ seconden.
Er waren in 2013 dus $\frac{2{,}66 \cdot 10^9}{31\,536\,000} \approx 84$ betalingen per seconde.
b In 2012 waren er $\frac{2{,}66 \cdot 10^9}{1{,}075} \approx 2{,}47 \cdot 10^9$ pinbetalingen.
c Het percentage pinbetalingen in de horeca- en recreatiesector in 2013 was $\frac{190 \cdot 10^6}{2{,}66 \cdot 10^9} \times 100\% \approx 7{,}1\%$.
Het aantal pinbetalingen in de horeca- en recreatiesector in 2012 was $\frac{190 \cdot 10^6}{1{,}25} = 152\,000\,000$.
Het percentage pinbetalingen in de horeca- en recreatiesector in 2012 was $\frac{152 \cdot 10^6}{2{,}47 \cdot 10^9} \times 100\% \approx 6{,}2\%$.

Bladzijde 178

3 **a** 51 km = 51000 m en 115 mm = 0,115 m
De benodigde hoeveelheid asfalt is dus $51\,000 \cdot 0{,}115 \cdot 10{,}5 = 61\,582{,}5\ \text{m}^3$.
b 29 ton = 29 000 kg en 1 min 17 seconden = 77 seconden
De vulsnelheid is $\frac{29\,000}{77} \approx 377$ kg/s.
c Het asfalt heeft een totaal gewicht van $61\,582{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^3 = 153\,956\,250$ kg.
Delen door het gewicht per vrachtwagen geeft $\frac{153\,956\,250}{29\,000} \approx 5308{,}8$.
Er moet dus 5309 keer een vrachtwagen worden gevuld.

4 **a** 6 minuten en 15 seconden = 375 seconden $= \frac{375}{3600}$ uur
Haar gemiddelde snelheid is dus $\frac{1{,}7}{\left(\frac{375}{3600}\right)} \approx 16{,}32$ km/uur.
Ze moet dus minstens 17 km/uur fietsen.
b Met 13 km/uur duurt dit deel van de tocht $\frac{4{,}2}{13} \times 60 \approx 19{,}4$ minuten.
Dit deel van de tocht zal dus minstens 20 minuten duren.

5 **a** $3a^5 \cdot 2a^2 = 6a^7$
b $(-2a)^4 = 16a^4$
c $-(2a^2)^5 = -32a^{10}$
d $(-3a)^2 + 2a^2 = 9a^2 + 2a^2 = 11a^2$
e $-(3a)^3 - 3a \cdot a^2 = -27a^3 - 3a^3 = -30a^3$
f $\frac{p+1}{3} \cdot \frac{p}{p-1} = \frac{(p+1)p}{3(p-1)} = \frac{p^2+p}{3p-3}$
g $2b \cdot \frac{3b}{a} \cdot \frac{1-b}{1-a} = \frac{6b^2(1-b)}{a(1-a)} = \frac{6b^2 - 6b^3}{a - a^2}$
h $\sqrt{8p} \cdot \sqrt{3qr} = \sqrt{24pqr}$
i $-3\sqrt{2x} \cdot -\sqrt{4y} = -3\sqrt{2x} \cdot -2\sqrt{y} = 6\sqrt{2xy}$

6 **a** $(3q-2) \cdot \frac{2q}{3q-2} + \frac{2}{q} = 2q + \frac{2}{q} = \frac{2q^2}{q} + \frac{2}{q} = \frac{2q^2+2}{q}$
b $p + \frac{2}{p} \cdot \frac{3q}{5p^2} = p + \frac{6q}{5p^3} = \frac{5p^4}{5p^3} + \frac{6q}{5p^3} = \frac{5p^4 + 6q}{5p^3}$
c $\frac{2p}{q^2-1} - \frac{pq}{q-1} \cdot \frac{p}{q+1} = \frac{2p}{q^2-1} - \frac{p^2q}{(q-1)(q+1)} = \frac{2p}{q^2-1} - \frac{p^2q}{q^2-1} = \frac{2p - p^2q}{q^2-1}$

Bladzijde 179

7 a $\frac{2}{3}b^{-2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{b^2} = \frac{2}{3b^2}$

b $-3a^3 \cdot 4b^{-1} = -12a^3 \cdot b^{-1} = -\frac{12a^3}{b}$

c $4a^2 \cdot \frac{3}{-2b^{-3}} = \frac{12a^2}{-2b^{-3}} = -6a^2b^3$

8 a $T = -3\sqrt{2x} \cdot \sqrt{12\frac{1}{2}y} = -3\sqrt{25xy} = -3 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{xy} = -15\sqrt{xy}$, dus $T = -15\sqrt{xy}$

b $(3-2a) \cdot \frac{3a}{3-2a} + \frac{5}{3a} = 3a + \frac{5}{3a} = \frac{9a^2}{3a} + \frac{5}{3a} = \frac{9a^2+5}{3a}$

c $\frac{\sqrt{54ab^2}}{\sqrt{6b}} + \sqrt{2a} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{9ab} + \sqrt{6ab} = 3\sqrt{ab} + 2{,}499...\sqrt{ab} \approx 5{,}45\sqrt{ab}$

d $\frac{5^{-2}}{\left(\frac{3}{5}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{25}\right)}{\left(\frac{3}{5}\right)} = \frac{1}{25} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{75} = \frac{1}{15}$

e $P = -2(-b+3)^2b = -2(b^2 - 6b + 9)b = -2(b^3 - 6b^2 + 9b) = -2b^3 + 12b^2 - 18b$

9 a Dat zijn de kosten in euro's per kilometer.

b $P_{max} = 2{,}83 + 2{,}08 \cdot 5 + 0{,}34 \cdot 15 = 18{,}33$ euro

c Als je d km rijdt betaal je 3 km minder. Bij d in de oude formule staat nu dus $d - 3$.

d $P_W = 2{,}83 + 2{,}08(d-3) + 0{,}34t = 2{,}83 + 2{,}08d - 6{,}24 + 0{,}34t = 2{,}08d + 0{,}34t + 9{,}07$

e 20 km/uur = 20 km/60 min = 1 km/3 min ofwel 1 km elke 3 minuten. Bij d km is dat dus $3d$ min.

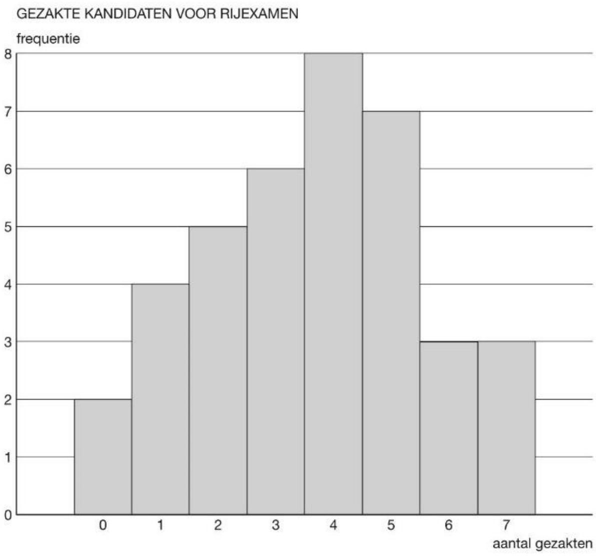
f $P_{max} = 2{,}83 + 2{,}08d + 0{,}34 \cdot 3d = 2{,}83 + 2{,}08d + 1{,}02d = 2{,}83 + 3{,}1d$

2 Verwerken van data

Bladzijde 180

10 a aantal dagen = 2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 7 + 3 + 3 = 38

b



c Voer in lijst 1 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} en lijst 2 = {2, 4, 5, 6, 8, 7, 3, 3}.
1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\bar{x} \approx 3{,}6$ en $\sigma \approx 1{,}9$.
Dus het gemiddelde is 3,6 gezakten per dag en de standaardafwijking 1,9 gezakten per dag.

d De modus is 4.
Optie 1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft mediaan = 4 gezakten per dag.

e Er zijn $4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + ... + 3 \cdot 7 = 138$ kandidaten gezakt, dus er zijn
$38 \cdot 12 - 138 = 456 - 138 = 318$ kandidaten geslaagd. Dat is $\frac{318}{456} \times 100\% \approx 69{,}7\%$.

11 **a** WATERVERBRUIK IN M³

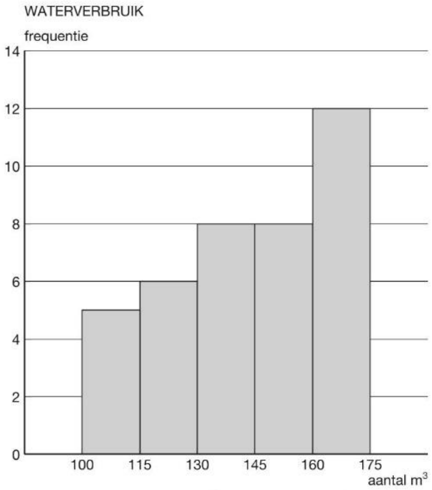
10	3 7
11	2 2 4 6 8
12	0 0 0 7
13	3 5 6 9 9 9
14	1 4 6
15	3 5 5 5 7 8 9
16	0 0 1 1 4 5 6 6
17	0 2 3 4
tientallen	eenheden

b

waterverbruik (m^3)	frequentie
100 −< 115	5
115 −< 130	6
130 −< 145	8
145 −< 160	8
160 −< 175	12

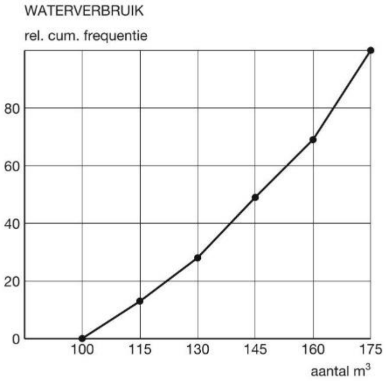
c Voer in lijst 1 = {107.5, 122.5, 137.5, 152.5, 167.5} en lijst 2 = {5, 6, 8, 8, 12}.
1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\overline{x} \approx 143{,}65$ en $\sigma \approx 20{,}86$.
Dus het gemiddelde is ongeveer 144 m^3, de standaardafwijking is ongeveer 21 m^3.

d



e

waterverbruik (m^3)	frequentie	cum. freq.	rel. cum. freq.
100 −< 115	5	5	12,8%
115 −< 130	6	11	28,2%
130 −< 145	8	19	48,7%
145 −<160	8	27	69,2%
160 −< 175	12	39	100%

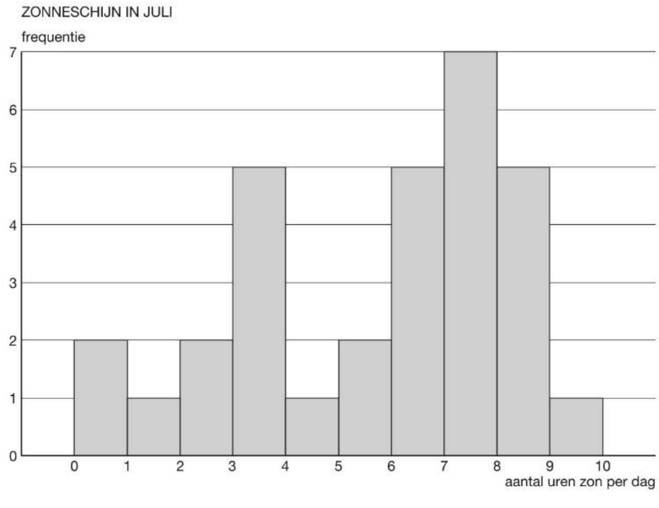


12 **a** Aantal dagen in juli met minder dan 6 uur zon is 13.
Aantal dagen in augustus met minstens 6 uur zon is 11.
Aantal dagen in juli met minstens 4 uur, maar minder dan 8 uur zon is $25 - 10 = 15$.

b De maand juli was het zonnigst, want hier komen de dagen met veel uren zonneschijn vaker voor.
De polygoon van juli ligt geheel onder die van augustus.

c

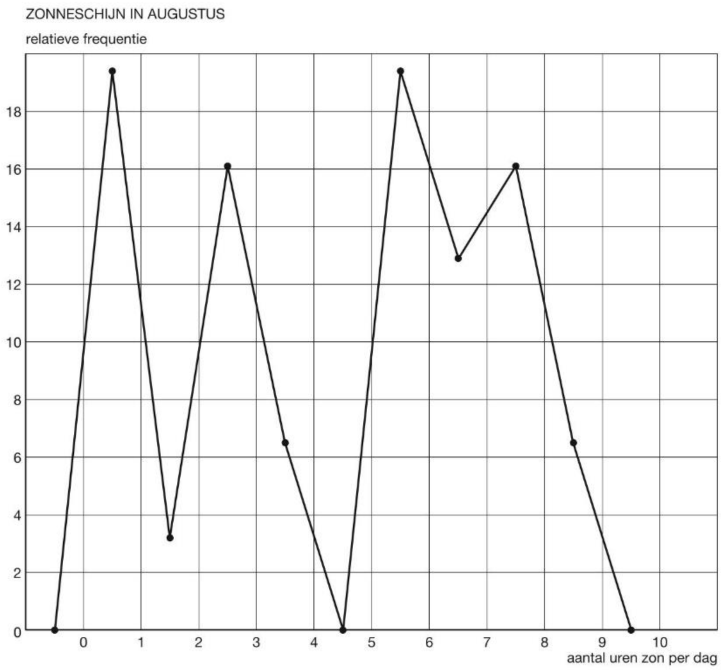
uren zonneschijn	frequentie
0 –< 1	2
1 –< 2	1
2 –< 3	2
3 –< 4	5
4 –< 5	1
5 –< 6	2
6 –< 7	5
7 –< 8	7
8 –< 9	5
9 –< 10	1



d Voer in lijst 1 = {0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5} en
lijst 2 = {2, 1, 2, 5, 1, 2, 5, 7, 5, 1,}.
1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\bar{x} \approx 5{,}7$ en $\sigma \approx 2{,}5$.
Dus gemiddeld 5,7 uren zon per dag met een standaardafwijking van 2,5 uren zon per dag.

e

klasse	frequentie	rel. freq.
0 −< 1	6	19,4%
1 −< 2	1	3,2%
2 −< 3	5	16,1%
3 −< 4	2	6,5%
4 −< 5	0	0%
5 −< 6	6	19,4%
6 −< 7	4	12,9%
7 −< 8	5	16,1%
8 −< 9	2	6,5%
9 −< 10	0	0%



f Zie vraag d: juli had 177,5 uren zon.
Voer voor augustus de frequenties in van vraag e. Je krijgt dat augustus 137,5 uren zon had.
Totaal 177,5 + 137,5 = 315 uren zon.

Bladzijde 181

13 **a** Het waterverbruik per persoon voor bad en douche is in de periode 2006-2010 toegenomen met $\frac{51 - 48}{48} \times 100\% \approx 6{,}3\%$.

b 34 liter per dag, dat is $34 \cdot 365 = 12\,410$ liter per jaar $\approx 12{,}4$ m^3 per jaar.

c Per persoon 15 liter per dag, dus $15 \cdot 365 = 5475$ liter per jaar = 5,475 m^3 per jaar.
In totaal dus $16\,615\,000 \cdot 5{,}475 = 90\,967\,125$ $m^3 \approx 90\,967\,000$ m^3.

d In 2006 was een gezin van vier personen $0{,}125 \cdot 365 \cdot 4 \cdot 1{,}21 \approx €220{,}83$ kwijt aan water.
In 2010 was dat $0{,}120 \cdot 365 \cdot 4 \cdot 1{,}16 \approx €203{,}23$.
In 2010 was een gezin van vier personen dus $220{,}83 - 203{,}23 = €17{,}60$ minder kwijt aan water dan in 2006.

14 **a** Bij de mediaan hoort de middelste staat wanneer deze van klein naar groot zijn gerangschikt. De VS heeft 50 staten. Dat is een even aantal. Er is dus geen middelste staat.
b De spreidingsbreedte is $38{,}3 - 0{,}6 = 37{,}7$.
De kwartielafstand $= 7{,}0 - 1{,}9 = 5{,}1$.
c 75% van de 50 staten, dus 37 staten hebben meer inwoners dan Nebraska.
d Het percentage is $\frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 25\% + \frac{0{,}1}{2{,}6} \cdot 25\% \approx 18{,}3\%$.
e Bij de laagste 50% van de inwoneraantallen horen de eerste twee delen van de boxplot.
Gemiddeld aantal inwoners van de laagste meting tot Q_1 is $\frac{0{,}6 + 1{,}9}{2} = 1{,}25$ miljoen.
Gemiddeld aantal inwoners van Q_1 tot de mediaan is $\frac{1{,}9 + 4{,}5}{2} = 3{,}2$ miljoen.
Dus in totaal $12{,}5 \cdot 1{,}25 + 12{,}5 \cdot 3{,}2 \approx 55{,}6$ miljoen inwoners.
f De schatting is $12{,}5 \cdot 1{,}25 + 12{,}5 \cdot 3{,}2 + 12{,}5 \cdot \frac{4{,}5 + 7{,}0}{2} + 12{,}5 \cdot \frac{7{,}0 + 38{,}3}{2} \approx 410{,}6$ miljoen.
California is een staat met heel veel inwoners. Deze uitschieter zorgt voor een heel hoog geschat gemiddelde in de groep van Washington tot en met California.

Bladzijde 182

15 **a** Het diagram heet een spreidingsdiagram.
b Hij heeft 1560 wedstrijden gespeeld.
c Nee, dat is niet het geval. Het middelste punt op de horizontale as komt niet overeen met het middelste punt op de verticale as.
d Het gaat om de twee meest linker punten in het diagram, omdat dit spelers zijn die veel punten hebben behaald in weinig wedstrijden.
Het verschil in wedstrijden is $1070 - 1040 = 30$.
e $1995 - 1976 = 19$ seizoenen. Hij speelde dus $19 \cdot 70 = 1330$ wedstrijden.
Hij staat op de 7e plek.

16 **a** 1 Alleen studenten die de website van het USC bezoeken doen mee. Dat zijn veelal sportende studenten.
2 Alleen studenten die graag hun mening geven doen mee.
3 De ondervraagde jongeren zijn misschien niet allemaal studenten.
b nominaal: Welke sport beoefen je?
ordinaal: In welk team speel je?
ratio: Hoe laat begint je training?
interval: Hoeveel uur heb je al getraind sinds de start van het seizoen?

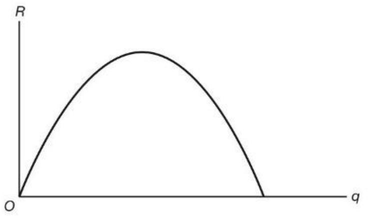
Bladzijde 183

17 **a** De beoordeling is kwalitatief.
b Stel dat de helft van de beoordelingen 'helemaal oneens' is en de andere helft 'helemaal eens' dan zou het gemiddelde 'acceptabel' zijn. Dat is dan niet in overeenstemming met de beoordelingen.
c De modus kan goed worden gebruikt.
d In totaal hebben $0{,}4 \cdot 300 = 120$ personen die optie gekozen.

18 **a** De kwartielafstand is $10 - 5 = 5$. De spreidingsbreedte is $24 - 0 = 24$.
Dat is $\frac{5}{24} \cdot 100\% \approx 20{,}8\%$.
b Het geschatte verschil met het streefgewicht is
$0{,}25 \cdot 2{,}5 + 0{,}25 \cdot 6{,}5 + 0{,}25 \cdot 9 + 0{,}25 \cdot 17 = 8{,}75$ gram.
De schatting van Mitchel is een redelijke.
c Diagram 2, want de cumulatieve relatieve frequentie 50% komt daarin overeen met ongeveer 8 gram en dat is de mediaan die bij de boxplot hoort.

Bladzijde 184

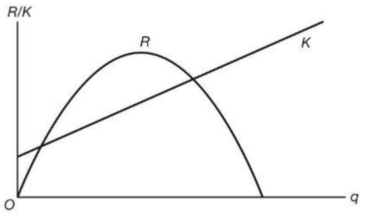
19 **a** Voer in $y_1 = -0{,}12x^2 + 160x$.



b De optie maximum geeft $x \approx 666{,}67$ en $y \approx 53333{,}33$.
Dus de dagopbrengst is maximaal bij $q = 667$.
De maximale opbrengst is ongeveer € 53 333.

c Voer in $y_2 = 40\,000$.
Intersect geeft $x \approx 333{,}33$ en $x = 1000$.
Dus 333 of 1000 stoelen.

d Voer in $y_2 = 15000 + 30x$.

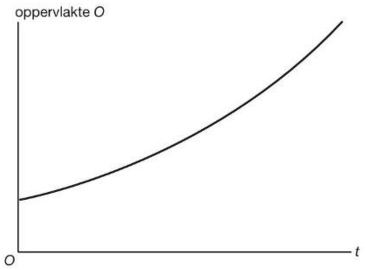


e In de snijpunten geldt $K = R$ en is er dus geen winst en geen verlies.
Intersect geeft $x \approx 131{,}3$ en $x \approx 952{,}0$.
Dus ongeveer 131 en 952 stoelen.

f $q = 500$ geeft $R = 50\,000$ en $K = 30\,000$
De winst is dus $50\,000 - 30\,000 = 20\,000$ euro.
Dat is $\frac{20\,000}{500} = 40$ euro per tuinstoel.

20 **a** In 1993 is het 179 km^2 en een jaar later 195,11 km^2.
Dus $\frac{195{,}11 - 179}{179} \times 100\% = 9\%$ per jaar.
Opmerking: Je kunt ook meteen aan de groeifactor 1,09 in de formule zien dat de groei 9% per jaar is.

b Voer in $y_1 = 179 \cdot 1{,}09^x$.

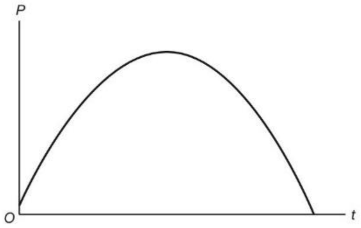


c Bij 2001 hoort $t = 8$.
$t = 8$ geeft $O \approx 356{,}7$.
De oppervlakte in 2001 was dus 356,7 km^2.

d Het dubbele van 179 is 358. Voer in $y_2 = 358$.
Intersect geeft $x \approx 8{,}04$.
Na ongeveer 8,0 jaar is de oppervlakte van het meer verdubbeld.

Bladzijde 185

21 **a** Voer in $y_1 = -0{,}02x^2 + 2{,}09x + 5{,}1$.



b De optie maximum geeft $x \approx 52{,}25$ en $y \approx 59{,}70$.
Dus 59,7% was ziek toen de epidemie op zijn hoogtepunt was.

c De optie zero geeft $x \approx 106{,}9$.
Dus 107 dagen na 1 mei was geen enkel konijn meer ziek.

d Voer in $y_2 = 30$.
Intersect geeft $x \approx 13{,}7$ en $x \approx 90{,}8$.
Dus vanaf $t = 14$ tot $t = 90$ was meer dan 30% van de konijnen ziek. Dat zijn $90 - 14 = 76$ dagen.

22 **a,b**
Er geldt

$$\text{gemiddeld aantal bewoners per woning} = \frac{\text{aantal inwoners}}{\text{aantal woningen}}$$

$$\text{gemiddeld aantal woningen per hectare} = \frac{\text{aantal woningen}}{\text{oppervlakte in km}^2 \times 100}.$$

stadsdeel	gemiddeld aantal inwoners per woning	gemiddeld aantal woningen per hectare
Centrum	1,7	62
West	1,9	75
Zuid	1,8	44
Oost	2,1	19
Amsterdam	2,0	18

c 29,3% van de woningen bestond uit koopwoningen, dus $100 - 29{,}3 = 70{,}7\%$ bestond uit huurwoningen.
Op 1 januari 2013 waren er in Oost dus $0{,}707 \cdot 57\,915 \approx 40\,946$ huurwoningen.

d $50\,192 \cdot 321 \cdot 1000 \approx 16{,}1 \cdot 10^9$
De totale woningwaarde op 1 januari 2013 in Centrum was 16,1 miljard euro.

e De relatieve toename is $\frac{137{,}8 - 129{,}5}{129{,}5} \times 100\% \approx 6{,}4\%$.

f $798{,}0 \cdot 1{,}008^9 \approx 857{,}3$
Amsterdam zal op 1 januari 2022 naar verwachting ongeveer 857,3 duizend inwoners hebben.

Bladzijde 186

23 **a** In 7 jaar 87 kg meer, dus in 1 jaar $\frac{87}{7}$ kg meer.

1992 is 4 jaar na 1988, dus $395 + 4 \cdot \frac{87}{7} \approx 445$ kg per persoon in 1992.

b In 3 jaar 31 minder, dus in 1 jaar $\frac{31}{3}$ kg minder.

2024 is 12 jaar na 2012, dus $518 + 12 \cdot -\frac{31}{3} = 394$ kg per persoon in 2024.

c In 1970 was er $12{,}8 \cdot 10^6 \cdot 281 \approx 3596{,}8$ miljoen kg huishoudelijk afval.
In 2012 was er $16{,}8 \cdot 10^6 \cdot 518 \approx 8702{,}4$ miljoen kg huishoudelijk afval.
Dat is een toename van $\frac{8702{,}4 - 3596{,}8}{3596{,}8} \times 100\% \approx 141{,}9\%$.

24 a $\frac{22}{104} \times 100\% \approx 21{,}2\%$ van de leerlingen in 4 havo bleef zitten.

b 13 leerlingen is 14%.
Er zaten dus $\frac{13}{0{,}14} \approx 93$ leerlingen in 5 havo.

c In 2012-2013 zaten er $106 + 98 = 204$ leerlingen in de bovenbouw havo.
In 2008-2009 zaten er $104 + 88 = 192$ leerlingen in de bovenbouw havo.
Dus een toename van $\frac{204 - 192}{192} \times 100\% \approx 6{,}3\%$.

d Het aantal leerlingen in 4 havo was 106.
Dus $106 \cdot 1{,}057 \approx 112$ leerlingen in 2013-2014.

e In 2008-2009 waren er $104 + 88 = 192$ leerlingen.
Dit aantal is $100\% - 3{,}5\% = 96{,}5\%$ van het aantal leerlingen in de periode 2007-2008.
Er waren dus $\frac{192}{0{,}965} \approx 199$ leerlingen in de periode 2007-2008.
In de examenklas zaten 92 leerlingen, dus zaten er $199 - 92 = 107$ leerlingen in 4 havo.

Bladzijde 187

25 a,b
Er geldt
aantal atleten per miljoen inwoners = aantal atleten : $\frac{\text{aantal inwoners}}{10}$
aantal medailles per atleet = $\frac{\text{aantal medailles}}{\text{aantal atleten}}$.

land	aantal atleten per miljoen inwoners	aantal medailles per atleet
Verenigde Staten	1,7	0,20
China	0,3	0,22
Australië	18,5	0,09
Nederland	11,2	0,11
Jamaica	17,2	0,24

c Nederland had $0{,}24 \cdot 188 \approx 45$ medailles moeten winnen.

d China had met $\frac{410}{22{,}2} \times 1349{,}6 \approx 24\,925$ atleten naar de Olympische Spelen moeten gaan.

26 a Bij $B = 20$ hoort $A = 88$.
Bij $A = 88$ hoort $J = 6$.
Dus 6 jongen per broedpaar.

b Per ha $\frac{300}{6} = 50$ beukennoten, dus $B = 50$.
Bij $B = 50$ hoort $A = 140$.
Bij $A = 140$ hoort $J = 4$.
Dus in totaal $140 \cdot 4 = 560$ jonge koolmezen.

c Bij $J = 10$ hoort $A = 50$.
Bij $A = 50$ hoort $B = 10$.
Er waren dus 10 kg beukennoten per ha.

Bladzijde 188

27 a In 1998 was de gemiddelde huizenprijs 125 000 euro.
In 2009 was de gemiddelde huizenprijs 245 000 euro.
De relatieve toename was dus $\frac{245\,000 - 125\,000}{125\,000} \times 100\% = 96\%$.

b In 2002 was de hypotheekrente 5,1%.
In 2012 was de hypotheekrente 4,25%.
De relatieve verandering was dus $\frac{4{,}25 - 5{,}1}{5{,}1} \times 100\% \approx -16{,}7\%$.
Dus een afname van 16,7%.

c In 2006 betalen ze 5,1% rente.
Als ze niets aflossen betalen ze $5 \cdot 0{,}051 \cdot 250\,000 = 63\,750$ euro.

d De familie Boot betaalt 6,0% rente over 150 000 euro.
Dit is $0{,}06 \cdot 150\,000 = 9000$ euro per jaar, ofwel $\frac{9000}{12} = 750$ euro per maand.
De familie Lageveen betaalde in 2011 4,6% rente over 223 000 euro. Dit komt neer op $0{,}046 \cdot 225\,000 = 10\,350$ euro per jaar ofwel $\frac{10350}{12} = 862{,}50$ euro per maand.
De familie Boot betaalt dus meer.
Het verschil is $862{,}50 - 750 = 112{,}50$ euro per maand.

Bladzijde 189

28 **a** Lees af: de kooktijd is 5 minuten en 20 seconden.
b Lees af: het gewicht is 67 gram.
c Lees af in de grafiek 'zacht': de kooktijd is ongeveer 4 minuten en 20 seconden.
Lees af in de grafiek 'half hard': de kooktijd is ongeveer 5 minuten en 30 seconden.
Dus het ei moet 1 minuut en 10 seconden langer in de pan blijven.
d Lees af in de grafiek 'half zacht' bij 71 gram: de kooktijd is ongeveer 5 minuten en 40 seconden.
Lees af in de grafiek 'half hard' bij 5 minuten en 40 seconden: het gewicht is ongeveer 60 gram.
Erik zoekt dus een ei van 60 gram.

4 Handig tellen

Bladzijde 190

29 **a** via B of rechtstreeks of via D
aantal = $3 \times 2 + 2 + 3 \times 4 = 6 + 2 + 12 = 20$
b via B en C of via C of rechtstreeks
aantal = $3 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 + 3 = 24 + 8 + 3 = 35$
c Er zijn 20 manieren om van A in C te komen (zie vraag a). Er zijn dus 19 manieren om terug te gaan zonder dezelfde weg te gebruiken.
aantal = $20 \times 19 = 380$

30 **a** Met twee tekens: aantal = $2^2 = 4$.
Met drie tekens: aantal = $2^3 = 8$.
b Met maximaal vier tekens is het aantal = $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2 + 4 + 8 + 16 = 30$.
Omdat $30 > 26$ kan hij zo het gehele alfabet vormen.
c Met vijf tekens: aantal = $2^5 = 32$.
Hij heeft dus nog $32 - 10 = 22$ coderingen over.

31 **a** aantal = $\binom{6}{2} = 15$
b aantal = $\binom{6}{3} = 20$
c aantal = $2^6 - 1 = 63$

Bladzijde 191

32 **a** aantal = $1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$
b aantal = $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 1 = 2401$
c eerst een 3, 4, 5, 6, 7 of 8
aantal = $6 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 14\,406$
d eerst een 5, 6, 7, of 8 OF eerst een 4 en dan een 6, 7 of 8
aantal = $4 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 + 1 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7 = 10\,633$
e eerst een 2, 3, 4 of 5 OF eerst een 6 en dan een 2 of 3
aantal = $4 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 + 1 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3 = 1560$
f de mogelijkheden zijn ($\cancel{5}$ betekent geen 5): $5\,5\,\cancel{5}\,\cancel{5}\,\cancel{5}$ of $\cancel{5}\,5\,5\,\cancel{5}\,\cancel{5}$ of $\cancel{5}\,\cancel{5}\,5\,5\,\cancel{5}$ of $\cancel{5}\,\cancel{5}\,\cancel{5}\,5\,5$
aantal = $4 \times 1 \times 1 \times 6 \times 6 \times 6 = 864$

33 **a** aantal = $3^8 = 6561$
b aantal = $2^8 = 256$
c AAA$\cancel{A}$ of AA$\cancel{A}$A of A$\cancel{A}$AA of $\cancel{A}$AAA ($\cancel{A}$ betekent niet A)
aantal = $4 \times 1^3 \times 2 \times 3^4 = 648$
d Er staat in elke kolom AD of AE of AF of BD of ... of CF.
aantal = $3 \times 3 = 9$

34 **a** aantal = $2 \times 3 \times 2^4 \times 3 = 288$
b aantal = $2 \times 3 \times 2^5 \times 5 = 960$
Er zijn net geen 1000 opties.
c Met één soort saus: aantal opties = $2 \times 3 \times 2^4 \times 4 = 384$.
Met twee soorten saus: aantal opties = $2 \times 3 \times 2^4 \times \binom{4}{2} = 576$.
Het is dus $\frac{576}{384} = 1{,}5$ keer zoveel. Wim heeft geen gelijk.

Bladzijde 192

35 **a** Noem de teams A en B.
A wint in vijf wedstrijden $\underbrace{\text{BAAA}}_{\binom{4}{1}=4}\text{ A}$
Er zijn dus 4 mogelijkheden voor A om in vijf wedstrijden te winnen.
Dat geldt ook voor B.
Dus aantal bij 5 wedstrijden is $4 + 4 = 8$.
Bij zes wedstrijden: $\underbrace{\text{BBAAA}}_{\binom{5}{2}=10}\text{ A}$
Dus aantal bij zes wedstrijden is $10 + 10 = 20$.
b Vier wedstrijden of vijf of zes of zeven.
aantal = $2 + 8 + 20 + 2 \cdot \binom{6}{3} = 70$

36 **a** totaal aantal vakjes = $4 \times 5 = 20$
aantal = $\binom{20}{6} = 38\,760$
b aantal = $2^{20} = 1\,048\,576$
c aantal = $\binom{5}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{5}{3} \times \binom{5}{4} = 5 \times 10 \times 10 \times 5 = 2500$
d aantal = $3^{20} = 3\,486\,784\,401$
Dus $\frac{3\,486\,784\,401}{1\,048\,576} \approx 3325$ keer zoveel
e aantal = $\binom{5}{2} \times 2^3 \times 3^{15} = 1\,147\,912\,560$

37 **a** aantal = $\binom{6}{3} = 20$
b van A naar B: aantal = $\binom{3}{1} = 3$
van B naar D: aantal = $\binom{3}{1} = 3$
Dus van A via B naar D zijn er $3 \times 3 = 9$ routes.
c van B naar C: aantal = $\binom{2}{0} = 1$
van C naar D: aantal = $\binom{1}{1} = 1$
Dus van A via B en C naar D zijn er $3 \times 1 \times 1 = 3$ routes.
d aantal = $2^6 = 64$ routes

e Elk mogelijk punt op de rijweg afzonderlijk bekijken, dus zeven in totaal. Per punt zijn er evenveel heen- als terugwegen mogelijk.

aantal $= \binom{6}{0} \times \binom{6}{0} + \binom{6}{1} \times \binom{6}{1} + \binom{6}{2} \times \binom{6}{2} + \binom{6}{3} \times \binom{6}{3} + \binom{6}{4} \times \binom{6}{4} + \binom{6}{5} \times \binom{6}{5} + \binom{6}{6} \times \binom{6}{6}$

aantal $= 1^2 + 6^2 + 15^2 + 20^2 + 15^2 + 6^2 + 1^2 = 924$ routes.

Alternatieve oplossing

Van A naar de weg en terug doorloop je een volledige 6×6 rooster, waarbij de diagonaal de weg voorstelt.

aantal $= \binom{12}{6} = 924$

Bladzijde 193

38 **a** rechtstreeks of via R of via Q

aantal $= 1 + 2 + 2 = 5$ routes

b via S en dan direct naar R OF via S en P naar R OF via P naar R OF via P en S naar R

aantal $= 1 + 1 \times 1 \times 2 + 2 \times 2 = 1 + 2 + 4 + 2 \times 1 \times 1 = 9$ routes.

c Als je start in P en dan de route volgt, dan kun je na brug f niet bij brug g komen.
Als je start in Q gaat het al mis na brug b, omdat je dan niet bij brug c kan komen.

d Pim is $7! \times 20 = 100\,800$ seconden $= 1680$ minuten $= 28$ uur bezig

e Elk gebied heeft een oneven aantal bruggen. De situatie voldoet dus niet aan de voorwaarde die Euler heeft gesteld. Het probleem heeft dus geen oplossing.

Bladzijde 194

39 **a** aantal $= \binom{11}{6} = 462$

b aantal $= \binom{7}{6} = 7$

c 0 rode en 6 gele of blauwe OF 1 rode en 5 gele of blauwe.

aantal $= \binom{3}{0} \times \binom{8}{6} + \binom{3}{1} \times \binom{8}{5} = 1 \times 28 + 3 \times 56 = 196$

d aantal $= 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 11$ nPr $6 = 332\,640$

e aantal $= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 7$ nPr $6 = 5040$

f Bij 0 rode ballen zijn er $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 20\,160$ manieren.

Bij 1 rode bal kun je de zes ballen op $\binom{3}{1} \cdot \binom{8}{5} = 168$ manieren kiezen en ze vervolgens op $6! = 720$ manieren ordenen. Er zijn dus $168 \times 720 = 120\,960$ manieren bij 1 rode bal.

Dus aantal $= 20\,160 + 120\,960 = 141\,120$.

40 **a** aantal $= 5! = 120$

b Ze kunnen op de stoelen 1 t/m 5 of 2 t/m 6 of … of 6 t/m 10 gaan zitten.
Per vijf stoelen zijn er 5! mogelijke manieren om te gaan zitten.

aantal $= 5! \times 6 = 720$

c De drie jongens kiezen uit 5 stoelen en de twee meisjes ook.

aantal $= 5 \times 4 \times 3 \times 5 \times 4 = (5$ nPr $3) \times (5$ nPr $2) = 1200$

d aantal $= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 10$ nPr $5 = 30\,240$

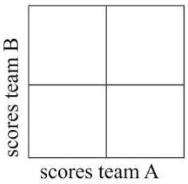
e Volgorde ligt al vast, er hoeven alleen nog maar vijf stoelen te worden gekozen.

aantal $= \binom{10}{5} = 252$

41 **a** aantal $= \binom{7}{3} = 35$

b aantal $= \binom{3}{1} \times \binom{4}{2} = 3 \times 6 = 18$

c De stand 2-2 kan op verschillende manieren bereikt worden.
Als er alleen scores van één punt worden gemaakt, dan wordt er vier keer gescoord: twee keer door team A en twee keer door team B. Hierbij hoort het volgende 2×2 rooster:



Het aantal mogelijke scoreverlopen is hierbij $\binom{4}{2} = 6$.
Bij de scoreverlopen waarbij ook scores van twee punten mogelijk zijn gelden de volgende mogelijkheden, waarbij ploeg A eerst op voorsprong komt.

$$\left.\begin{array}{l} 2-0,\ 2-2 \\ 2-0,\ 2-1,\ 2-2 \\ 1-0,\ 2-0,\ 2-2 \\ 1-0,\ 1-2,\ 2-2 \end{array}\right\} \text{4 scoreverlopen waarbij A op voorsprong komt}$$

Ook ploeg B kan eerst op voorsprong komen, dus aantal scoreverlopen $= 4 \times 2 = 8$.
Het totaal aantal scoreverlopen is dus $8 + 6 = 14$.