4 Handig tellen

Voorkenniss Rekenen

Bladzijde 134

1 **a** $10(5 \cdot 3 - 6) - \dfrac{80}{4^2} = 10(15 - 6) - \dfrac{80}{16} = 10 \cdot 9 - 5 = 85$

b $\dfrac{5 \cdot 4 + 3 \cdot 4}{7 \cdot 4 - 3 \cdot 4} = \dfrac{20 + 12}{28 - 12} = \dfrac{32}{16} = 2$

c $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 7 = 360 + 56 = 416$

d $\dfrac{75}{2 \cdot 3^2 - 3} = \dfrac{75}{2 \cdot 9 - 3} = \dfrac{75}{18 - 3} = \dfrac{75}{15} = 5$

e $4(2^3 - 3) - 8 : 2 \cdot 5 = 4(8 - 3) - 4 \cdot 5 = 4 \cdot 5 - 20 = 20 - 20 = 0$

f $\dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3}{10 \cdot 9 - 9 \cdot 8 + 2} = \dfrac{20 \cdot 3}{90 - 72 + 2} = \dfrac{60}{20} = 3$

2 **a** $\dfrac{72}{2 \cdot 6} = \dfrac{72}{12} = 6$

b $72 : 2 \cdot 6 = 36 \cdot 6 = 216$
c $72 : 2 : 6 = 36 : 6 = 6$

d $\dfrac{18 + 24}{4 + 2} = \dfrac{42}{6} = 7$

e $18 + 24 : 4 + 2 = 18 + 6 + 2 = 26$

f $18 + 24 : (4 + 2) = 18 + 24 : 6 = 18 + 4 = 22$

g $\dfrac{120}{5(3 \cdot 2 + 2)} = \dfrac{120}{5(6 + 2)} = \dfrac{120}{5 \cdot 8} = \dfrac{120}{40} = 3$

h $120 : 5(3 \cdot 2 + 2) = 120 : 5 \cdot 8 = 24 \cdot 8 = 192$
i $120 : 5 \cdot 3 \cdot 2 + 2 = 24 \cdot 3 \cdot 2 + 2 = 144 + 2 = 146$

j $\dfrac{3(5 + 10)}{2 \cdot 5 - 1} = \dfrac{3 \cdot 15}{10 - 1} = \dfrac{45}{9} = 5$

Bladzijde 135

3 **a** Tik in: (5 × 50)/(6 × 3 − 4 × 2) dit geeft inderdaad 25.
b Tik in: (5 × 50 + 3 × 20)/(4 × 15 + 2) dit geeft inderdaad 5.
c Tik in: (2 ^ 3 + 3 ^ 4 + 4 ^ 5)/(3 × 5 ^ 3 − 4) dit geeft inderdaad 3.
d Tik in: (125 − (28 − 2 ^ 3))/(5(4 × 7 ^ 3 − 1365)) dit geeft inderdaad 3.

4 **a** $\dfrac{6 \cdot 60 - 15}{8^3 - 443} = 5$

b $\dfrac{2^{10} - (2^8 - 2^6)}{2 \cdot 12^2 - 80} = 4$

c $\dfrac{96^2}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^3} = 2$

d $\dfrac{48^4 - 47^4}{48^2 + 47^2} = 95$

4.1 Vermenigvuldigingsregel en somregel

Bladzijde 136

1 **a** Zie het rooster rechts.
b Uit het rooster blijkt dat er zes mogelijkheden zijn om minstens tien ogen te gooien.
c Uit het rooster blijkt dat er vijf mogelijkheden zijn om zes ogen te gooien.
d Dit spel is niet eerlijk, want er zijn meer mogelijkheden om minstens tien ogen te gooien dan om zes ogen te gooien.
e 1 5, 2 4, 3 3, 4 2, 5 1. Dus vijf mogelijkheden.

SOM VAN DE OGEN

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

Bladzijde 137

2 **a** Een competitie waarin elk team één keer tegen elk ander team speelt.
b Een rooster is het handigst.

	4Ha	4Hb	4Hc	4Hd	4He
4Ha	–	–	–	–	–
4Hb		–	–	–	–
4Hc			–	–	–
4Hd				–	–
4He					–

c Tellen in het rooster geeft een totaal van 10 wedstijden.

3 **a** Met bijvoorbeeld een wegendiagram zie je dat er $3 \times 5 = 15$ manieren zijn.
b Het nieuwe aantal mogelijkheden is $4 \times 7 = 28$.
Het aantal mogelijkheden neemt dus toe met $28 - 15 = 9$.

Bladzijde 138

4 **a** Met behulp van systematisch noteren, gebruikmakend van de voorletters van de leerlingen krijg je:

AD-BE-CF	AE-BD-CF	AF-BD-CE
AD-BF-CE	AE-BF-CD	AF-BE-CD

Er zijn in totaal dus 6 manieren.
b AD, BE en CF mogen niet voorkomen. Dan blijven dus over:
AE-BF-CD en AF-BD-CE
Er zijn dus twee manieren waarop geen enkele van de verliefde stelletjes aan elkaar worden gekoppeld.

5 Uit een boomdiagram of systematisch tellen volgt dat er $3 \times 2 \times 2 = 12$ mogelijke achtergronden zijn.

6 **a** Uit onderstaand rooster volgt dat er 4 manieren zijn.

SOM

6	7	8	9	10
5	6	7	8	9
4	5	6	7	8
3	4	5	6	7
2	3	4	5	6
1	2	3	4	5
	1	2	3	4

b Minder dan 5, dus 4 of 3 of 2. Tellen in het rooster geeft 6 manieren.

7 **a** 6 6 4, 6 4 6, 4 6 6, 6 5 5, 5 6 5 en 5 5 6.
b Meer dan 15 ogen, dus 16, 17 of 18 ogen.
16 ogen kan op 6 manieren (zie a).
17 ogen kan op 3 manieren (6 6 5, 6 5 6 en 5 6 6).
18 ogen kan op 1 manier (6 6 6).
Dus er zijn $6 + 3 + 1 = 10$ mogelijkheden om meer dan 15 ogen te gooien.
c 6 6 3, 6 3 6, 3 6 6, 6 5 4, 6 4 5, 5 4 6, 5 6 4, 4 6 5, 4 5 6 en 5 5 5. Dus 10 manieren.

8 **a** 3 1 1, 1 3 1, 1 1 3, 1 2 2, 2 1 2 en 2 2 1
Er zijn dus 6 mogelijkheden.
b Hoogstens 6, dus 6, 5, 4 of 3 ogen.
3 ogen: 111
4 ogen: 112 121 211
5 ogen: zie a
6 ogen: 222 114 141 411
123 132 213 231 312 321
Dus $1 + 3 + 6 + 10 = 20$ mogelijkheden.

9 **a** In een hele competitie speelt elk team twee keer tegen elkaar.
Met een rooster zie je dat er dan $5 \times 4 = 20$ wedstrijden gespeeld worden per groep in de groepsfase.
In totaal zijn er in de groepsfase dus $20 \times 8 = 160$ wedstijden.
Daarna spelen 8 teams uit en thuis tegen elkaar. In een boomdiagram zie je dat er dan $8 + 4 + 2 = 14$ wedstrijden worden gespeeld in het afvalsysteem.
In totaal worden er dus $160 + 14 = 174$ wedstrijden gespeeld.
b De kampioen speelt in de groepsfase twee maal tegen elk van de andere tegenstanders uit zijn groep, dus $2 \times 4 = 8$ wedstrijden. Vervolgens speelt de kampioen steeds twee wedstrijden in de kwartfinale de halve finale en de finale. Dus in totaal $8 + 3 \times 2 = 14$ wedstijden.

Bladzijde 140

10 Er zijn 3 maten, 4 kastkleuren en 6 mogelijkheden voor de deur, dus aantal $= 3 \times 4 \times 6 = 72$.

4

11 **a** Er zijn 4 keuzes voor de burger, 5 keuzes voor de drank en 2 keuzes voor het toetje.
aantal $= 4 \times 5 \times 2 = 40$
b Er zijn $3 \times 40 = 120$ keuzes in de actieweek.
Het aantal is dus met $120 - 40 = 80$ toegenomen.

12 **a** $8 + 6 = 14$ keuzes voor de carrosserie.
8 keuzes voor het dak.
9 keuzes voor de logostrip.
9 keuzes voor de spiegelkappen.
$15 \times 9 = 135$ keuzes voor de velgen.
7 keuzes voor de bestikkering (geen stickers of één van de zes ontwerpen).
aantal $= 14 \times 8 \times 9 \times 9 \times 135 \times 7 = 8\,573\,040$
b 6 keuzes voor de carrosserie.
8 keuzes voor het dak.
9 keuzes voor de logostrip.
9 keuzes voor de spiegelkappen.
$15 \times 9 = 135$ keuzes voor de velgen.
(1 mogelijkheid voor bestikkering, door geen bestikkering)
aantal $= 6 \times 8 \times 9 \times 9 \times 135 \times 1 = 524\,880$

Bladzijde 141

13 **a** aantal $= 3 \times 2 = 6$
b aantal $= 2 \times 4 = 8$
c In totaal $6 + 8 = 14$ manieren.

Bladzijde 142

14 **a** aantal $= 8 \times 6 \times 2 = 96$
b aantal $= 12 \times 16 \times 2 = 384$
c roo of oro of oor
aantal $= 5 \times 6 \times 2 + 8 \times 7 \times 2 + 8 \times 6 \times 1 = 220$
d ooo of vvv of rrr of mmm of bbb
aantal $= 8 \times 6 \times 2 + 12 \times 15 \times 3 + 5 \times 7 \times 1 + 6 \times 14 \times 0 + 5 \times 16 \times 2 = 831$

15 **a** aantal $= 2 \times 4 \times 5 = 40$
b AAA of BBB of CCC
aantal $= 2 \times 4 \times 5 + 2 \times 2 \times 3 + 0 = 52$
c AAC of ACA of CAA
aantal $= 2 \times 4 \times 0 + 2 \times 2 \times 5 + 1 \times 4 \times 5 = 40$
d rrr of ggg of bbb of ggg
aantal $= 2 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 = 20$
e ggr of grg of rgg
aantal $= 1 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 = 16$

16 **a** aantal $= 8 \times 11 \times 5 = 440$
b Duits Engels of Duits Frans.
aantal $= 8 \times 11 + 8 \times 5 = 128$

17 aantal = $(2 \times 3 + 1) \times 4 = 28$

18 **a** Voor het jasje zijn $2 + 1 = 3$ keuzes, omdat geen jasjes ook een optie is.
aantal = $3 \times 4 \times 6 \times 3 = 216$
b Kiezen uit een rok of broek geeft $4 + 3 = 7$ keuzes.
Kiezen uit een blouse of een coltrui OF een blouse en een coltrui geeft $6 + 4 + 6 \times 4 = 34$ keuzes.
Voor het jasje zijn $3 + 1 = 4$ keuzes, omdat geen jasje ook een optie is.
aantal = $5 \times 7 \times 34 \times 4 = 4760$
c Kiezen uit coltrui met jasje of alleen een coltrui geeft $6 \times 4 + 4 = 28$ keuzes.
Voor het jasje zijn weer $3 + 1 = 4$ keuzes.
aantal = $5 \times 4 \times 28 \times 4 = 2240$

Bladzijde 143

19 **a** aantal = $8 \times 5 \times 7 \times 3 \times 11 = 9240$
b aantal = $7 \times 4 \times 6 \times 2 \times 10 = 3360$
c 1245 of 1345 of 2345
aantal = $8 \times 5 \times 3 \times 11 + 8 \times 7 \times 3 \times 11 + 5 \times 7 \times 3 \times 11 = 4323$

20 **a** aantal = $14 \times 17 = 238$
b aantal = $19 \times 7 = 133$
c aantal = $14 \times 5 = 70$
d De als eerst gekozen leerling kan 16 jaar zijn of de als tweede gekozen leerling kan 16 zijn.
aantal = $5 \times 26 + 26 \times 5 = 260$
e 16 jaar en 15 jaar OF 17 jaar en 15 jaar OF 17 jaar en 16 jaar.
aantal = $5 \times 19 + 7 \times (19 + 5) = 263$

21 **a** Hoeveel tweetallen zijn er als eerst een meisje van 15 en daarna een jongen van 16 wordt gekozen?
b Hoeveel tweetallen zijn er bestaande uit een jongen en een meisje waarvan er één 15 jaar en de ander 17 jaar is?

4.2 Tellen met en zonder herhaling

Bladzijde 145

22 Als de tweede letter anders moet zijn dan de eerste letter zijn er $4 \times 3 = 12$ codes.
Als de tweede letter gelijk mag zijn aan de eerste letter zijn er $4 \times 4 = 16$ codes.

Bladzijde 146

23 **a** Als elke letter maar één keer gebruikt mag worden: aantal = $6 \times 5 \times 4 = 120$.
Als elke letter ook vaker gebruikt mag worden: aantal = $6 \times 6 \times 6 = 216$.
b Elke letter mag gekozen worden, behalve de letter die ervoor staat.
aantal = $6 \times 5 \times 5 \times 5 = 750$
c 3-letter codes met herhaling OF 4-letter codes zonder herhaling.
aantal = $6 \times 6 \times 6 + 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 576$

24 **a** aantal = $4^{10} = 1\,048\,576$
b aantal = $4^5 = 1024$

Bladzijde 147

25 **a** Op de eerste plek kunnen ze alle 6 zitten, op de tweede plek kunnen er maar 5 zitten enzovoort.
aantal = $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$
b aantal = $6 \times 5 = 30$
c aantal = $4 \times 5 = 20$

26 **a** aantal = $2 \times 5 \times 4 = 40$
b Eerst een comedy, daarna geen comedy of drama en als laatste drama.
aantal = $5 \times 16 \times 4 = 320$
c Eerst horror, daarna drama en als laatste comedy OF eerst horror, daarna comedy en als laatste drama.
aantal = $4 \times 4 \times 5 + 4 \times 5 \times 4 = 160$
d Eerst horror, daarna actie en als laatste een andere horror.
aantal = $4 \times 7 \times 3 = 84$

27 a aantal = 15 × 26 × 25 = 9750
b aantal = 15 × 12 × 11 = 1980
c jmj of jjm of mjm of mmj
aantal = 12 × 15 × 11 + 12 × 11 × 15 + 15 × 12 × 14 + 15 × 14 × 12 = 9000

Bladzijde 148

28 a aantal = 10 × 10 × 26 × 26 × 26 × 10 = 17 576 000
b De klinkers zijn A, E, I, O en U, dus voor de tweede en derde letter zijn er 26 – 5 = 21 manieren.
aantal = 10 × 10 × 2 × 21 × 21 × 10 = 882 000
c aantal = 10 × 9 × 2 × 20 × 19 × 8 = 547 200
d aantal = 10 × 10 × 17 × 21 × 21 × 10 = 7 497 000
e aantal = 10 × 5 × 21 × 21 × 10 × 10 = 2 205 000

4

29 a aantal = 4 × 3 × 2 × 1 × 3 × 2 × 1 = 144
b Er is één meisje meer dan jongens, de volgorde moet dus zijn mjmjmjm.
aantal = 4 × 3 × 3 × 2 × 2 × 1 × 1 = 144
c aantal = 1 × 6 × 4 × 3 × 2 × 1 = 720
d aantal = 5 × 4 × 3 × 2 × 1 × 2 × 1 = 240
e De eerste en de laatste psychologie of de eerste en de laatste economie.
Kies eerst de eerste en de laatste.
aantal = 3 × 2 × 5 × 4 × 3 × 2 × 1 + 2 × 1 × 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 960

Bladzijde 149

30 a aantal = 7 × 6 × 6 = 252
b aantal = 7 × 6 × 5 = 210
c aantal = 7 × 6 = 42
d aantal = 7 × 6 × 5 × 4 × 3 = 2520

31 a aantal = 6 × 5 × 4 × 3 = 360
b Begin met 6, 7 of 8, dan is de rest vrij te kiezen.
aantal = 3 × 5 × 4 × 3 = 180
c aantal = 6^4 = 1296
d Het eerste cijfer is 6, het tweede cijfers hoogstens 4, de rest is vrij te kiezen.
aantal = 1 × 2 × 6 × 6 = 72
e Het eerste cijfer is een 3, 4 of 5 en de rest is vrij te kiezen, OF het eerste cijfer is een 6 en het tweede cijfer is een 3 of 4 en de rest is vrij te kiezen.
aantal = $3 \times 6^3 + 1 \times 2 \times 6^2 = 720$

32 Elke persoon die uitstapt, heeft de keuze uit 6 verdiepingen.
aantal = 6^{12} = 2 176 782 336

33 Als Lara 4 cijfers kiest, kiest Paul er 6. In dit getal zijn er $5^4 \times 4^6$ = 2 560 000 mogelijkheden.
Als Lara 5 cijfers kiest, kiest Paul er 7 en zijn er $5^5 \times 4^7$ = 51 200 000 mogelijkheden.
Dus Lara koos 5 cijfers en het codedeel van Paul bestaat uit 7 cijfers.

4.3 Permutaties en combinaties

Bladzijde 151

34 a aantal = 8 × 7 × 6 = 336
b aantal = 8 × 7 × 6 × 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 40 320

Bladzijde 152

35 a aantal = 12 × 11 × 10 × 9 × 8 = 12 nPr 5 = 95 040
b aantal = 8 × 7 × 6 × 5 × 4 = 8 nPr 5 = 6720
c aantal = 14 × 13 × 12 × 11 × 10 × 9 × 8 × 7 × 6 × 5 = 14 nPr 10 = 3 632 428 800

36 a aantal = 4! = 24
b aantal = 1 · 3! = 6

37 **a** aantal = 9! = 362 880
b aantal = 9 × 8 = 72
c aantal = 9 × 8 × 7 × 6 × 5 × 4 = 9 nPr 6 = 60 480

38 **a** Hoeveel 6-lettercodes zonder herhaling zijn er mogelijk?
b Hoeveel 4-lettercodes met herhaling zijn er mogelijk?
c Hoeveel 3-lettercodes zonder herhaling zijn er mogelijk?
d Hoeveel 3-lettercodes met herhaling zijn er mogelijk?

Bladzijde 153

39 **a** aantal = 16 × 15 × 14 × 13 × 12 × 11 × 10 × 9 × 8 × 7 × 6 × 5 = 16 nPr 12 ≈ $8{,}7 \times 10^{11}$
b aantal = 12! = 479 001 600
c Kies per rij een lege plek en kies vervolgens de volgorde van de 12 apps.
aantal = $4^4 \times 12! \approx 1{,}2 \times 10^{11}$
d De 4 socialmedia en chat-apps kunnen op 4! = 24 manieren worden gerangschikt. Er zijn 4 rijen en 4 kolommen waar deze kunnen komen, dus 8 mogelijkheden in totaal. Voor de overige apps zijn er nog 12 nPr 8 = 19 958 400 mogelijkheden.
aantal = 24 × 8 × 19 958 400 = 3 832 012 800

Bladzijde 154

40 **a** combinaties
b permutaties
c combinaties
d permutaties
e permutaties

41 **a** aantal = $\binom{25}{3}$ = 2 300
b aantal = $\binom{38}{5}$ = 501 942

Bladzijde 155

42 **a** aantal = $\binom{18}{4}$ = 3060
b aantal = $\binom{45}{6}$ = 8145060
c aantal = $\binom{20}{15}$ = 15504
d aantal = $\binom{18}{2}$ = 153
e aantal = 16 × 15 = 240

43 **a** aantal = 14! ≈ $8{,}7 \times 10^{10}$
b aantal = $\binom{14}{3}$ = 364
c aantal = 6 × 5 × 3 = 90
d aantal = $\binom{6}{3}$ = 20

44 **a** aantal = $\binom{18}{3}$ = 816
b aantal = 18 nPr 3 = 4896

45 **a** Op hoeveel manieren kun je een drietal kiezen uit 7 personen?
b Hoeveel codes met eerst een van de cijfers 1 t/m 7 en vervolgens een van de letters A, B, C kun je maken?
c Hoeveel driecijferige getallen kun je maken van de cijfers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?
d Hoeveel zevencijferige getallen kun je maken van de cijfers 1, 2, 3?
e Hoeveel driecijferige getallen kun je maken van de cijfers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 als elk cijfer maar één keer gebruikt mag worden?

4.4 Combinaties toepassen

Bladzijde 157

46 **a** aantal = $\binom{60}{5}$ = 5 461 512
b aantal = $\binom{40}{4}$ = 91 390
c aantal = $\binom{60}{5} \times \binom{40}{4} \approx 5 \times 10^{11}$

47 a aantal $= \binom{6}{3} \times \binom{9}{3} = 1680$

b aantal $= \binom{6}{6} = 1$

c Eén meisje of geen meisjes.

aantal $= \binom{6}{5} \times \binom{9}{1} + 1 = 55$

d Meer dan 4, dus 5 of 6 jongens.

aantal $= \binom{6}{5} \times \binom{9}{1} + 1 = 55$

Bladzijde 158

48 a Er zijn $28 - 6 = 22$ niet 15-jarigen.

aantal $= \binom{22}{4} = 7315$

b aantal $= \binom{6}{2} \times \binom{3}{2} = 45$

c aantal $= \binom{6}{2} \times 3 \times (28 - 6 - 3) = 855$

d Minstens 3, dus 3 of 4 zeventienjarigen.

aantal $= \binom{5}{3} \times (6 + 14 + 3) + \binom{5}{4} = 235$

e aantal $= \binom{6}{4} + \binom{14}{4} + \binom{5}{4} = 1021$

f aantal $= 5 \times 23 + 23 \times 5 = 230$

g aantal $= 6 \times 5 + 14 \times 13 + 5 \times 4 + 3 \times 2 = 238$

49 a aantal $= \binom{10}{2} \times \binom{3}{2} = 135$

b 3 of 4 rode knikkers.

aantal $= \binom{10}{3} \times \binom{8}{1} + \binom{10}{4} = 1170$

c aantal $= \binom{13}{4} = 715$

d 0 of 1 groene knikker.

aantal $= \binom{3}{0} \times \binom{15}{4} + \binom{3}{1} \times \binom{15}{3} = 2730$

50 a aantal $= \binom{36}{8} = 30\,260\,340$

b aantal $= \binom{33}{4} \times \binom{36}{4} = 2\,410\,392\,600$

c aantal $= \binom{20}{2} \times \binom{13}{6} = 326\,040$

d aantal $= \binom{36}{3} \times \binom{33}{5} = 1\,694\,579\,040$

e 7 of 8 uit de jongste groep.

aantal $= \binom{20}{7} \times 49 + \binom{20}{8} = 3\,924\,450$

f aantal $= 33 \times 32 \times 31 = 32\,736$

g aantal $= 13 \times 68 \times 67 = 59\,228$

Bladzijde 159

51 a aantal $= \binom{6}{3} = 20$

b aantal $= 6 \times 5 \times 4 = 120$

c aantal $= 6^3 = 216$

52 a aantal $= 3 \times \binom{10}{3} \times \binom{9}{2} \times 3 = 38\,880$

b Er zijn $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} = 46$ keuzes voor 0, 1 of 2 soorten fruit.

aantal $= 2 \times 46 \times \binom{9}{3} \times 8 = 75\,264$

c Er zijn $\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} = 246$ keuzes voor 2, 3 of 4 groenten.

aantal $= 246 \times 3 = 738$

Bladzijde 160

53 a aantal $= \binom{60}{4} = 487\,635$

b aantal $= \binom{54}{4} = 316\,251$

c 2, 3 of 4 defecte exemplaren.

aantal $= \binom{6}{2} \times \binom{54}{2} + \binom{6}{3} \times \binom{54}{1} + \binom{6}{4} \times \binom{54}{0} = 22\,560$

54 **a** aantal parcoursen = 12! = 479 001 600

Ze moet $\frac{479\,001\,600}{60} \approx 7\,983\,360$ uur oefenen.

b aantal = $\binom{12}{8} \times 8! = 19\,958\,400$

55 **a** $\binom{7}{2}, \binom{7}{2}, \binom{7}{2}$

b 2, 2, $2^7 = 128$

Bladzijde 162

56 **a** aantal = $\binom{10}{8} = 45$

b aantal = $\binom{10}{5} = 252$

c aantal = $2^{10} = 1024$

d aantal = $2^8 = 256$

57 **a** mogelijk

b onmogelijk

c onmogelijk

d mogelijk

58 **a** aantal = $\binom{5}{3} = 10$ of aantal = $\binom{5}{2} = 10$

b aantal = $\binom{5}{4} = 5$

c aantal = $\binom{5}{3} + \binom{5}{4} = 15$

59 **a** 2 enen en 2 tweeën of 3 enen en 1 drie.

aantal = $\binom{4}{2} + \binom{4}{1} = 10$

b 2 vijven en 4 zessen of 1 vier en 5 zessen.

aantal = $\binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 21$

c 6 enen en 2 tweeën of 7 enen en 1 drie.

aantal = $\binom{8}{6} + \binom{8}{7} = 36$

Bladzijde 163

60 **a** aantal = $2^{20} = 1\,048\,576$

b aantal = $\binom{20}{15} = 15\,504$

c 80% van 20 is 16 vragen. Je moet dus minstens 16 vragen juist beantwoorden om toegelaten te worden.

aantal = $\binom{20}{16} + \binom{20}{17} + \binom{20}{18} + \binom{20}{19} + \binom{20}{20} = 6196$

Dit is $\frac{6196}{2^{20}} \times 100\% \approx 0{,}6\%$ van het totale aantal manieren.

61 **a** aantal = $2^{19} = 524\,288$

b aantal = $\binom{19}{5} = 11\,628$

c 0, 1 of 2 lampjes

aantal = $\binom{19}{0} + \binom{19}{1} + \binom{19}{2} = 191$

d Drie lampjes branden dan zeker, de overige 16 kunnen op $2^{16} = 65\,536$ manieren branden.

aantal = $1^3 \times 2^{16} = 65\,536$

62 **a** 5, 6 of 7 A's.

aantal = $\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 29$

b Meer A's dan B's, dus 4, 5 of 6 A's van de 6 letters.

aantal = $\binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 22$

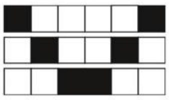
c Elke letter is A of B, dus steeds 2 keuzes.

aantal = $2^9 = 512$

63 **a** aantal = $\binom{6}{2} = 15$

b aantal = 1

c De code verandert niet bij



Dus bij drie rijtjes.

64 **a** 6 zessen en 1 vier of 5 zessen en 2 vijven.

aantal = $\binom{7}{6} + \binom{7}{5} = 28$

b Van de 7 worpen moeten er drie 5 zijn en vier 6.

aantal = $\binom{7}{3} = 35$

c Elke dobbelsteen heeft dan 4 mogelijkheden.

aantal = $4^7 = 16384$

d De eerste twee dobbelstenen liggen dan vast en de rest heeft steeds 6 mogelijke uitkomsten.

aantal = $1^2 \times 6^5 = 7776$

Bladzijde 164

65 **a** We schrijven voor een kort patroon K en voor een lang patroon L.

5 keer K of 3 keer K en 1 keer L of 1 keer K en 2 keer L

aantal = $1 + \binom{4}{1} + \binom{3}{1} = 8$

b 6 keer K of 4 keer K en L of 2 keer K en 2 keer L of 3 keer L

aantal = $1 + \binom{5}{1} + \binom{4}{2} + 1 = 13$

c

lengte L	1	2	3	4	5	6	7	8
aantal N	1	2	3	5	8	13	21	34

d Je vindt het aantal N door de twee voorgaande aantallen bij elkaar op te tellen.

Zo vind je voor $L = 9$ dat $N = 21 + 34 = 55$ en $L = 10$ heeft dus $N = 34 + 55 = 89$.

Er zijn dus 89 manieren om een patroon van tien tellen te slaan.

66 **a** NNNNOOOO of NONONONO.

b Ja, Nee

c Acht letters waarvan er vier keer een N bij staat.

d Er geldt $n = 8$ en $r = 4$.

Het aantal routes van A naar B is dus $\binom{8}{4} = 70$.

Bladzijde 165

67 **a** aantal = $\binom{14}{8} = 3003$ **b** aantal = $\binom{4}{2} \times \binom{10}{6} = 1260$ **c** aantal = $\binom{4}{2} \times \binom{6}{4} \times \binom{4}{2} = 540$

68 aantal = $\binom{4}{2} \times \binom{6}{4} \times \binom{4}{2} = 540$

Bladzijde 166

69 **a** aantal = $\binom{6}{2} = 15$

b aantal = $\binom{6}{3} = 20$

c aantal = $\binom{6}{1} = 6$

d Elk doelpunt is door team A of team B gescoord. Dus steeds 2 mogelijkheden.
aantal = $2^6 = 64$

Alternatieve oplossing
Team A scoorde 0, 1, 2, 3, 4, 5 of 6 keer deze wedstrijd.
aantal = $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 64$

4

70 **a** Figuur 4.19a:

aantal = $\binom{6}{3} = 20$

Figuur 4.19b:

aantal = $\binom{6}{2} \times \binom{3}{2} = 45$

Figuur 4.19c:

aantal = $\binom{4}{2} \times 1 \times \binom{4}{2} = 36$

b aantal = $\binom{6}{2} \times 1 = 15$

71 **a** aantal = $\binom{8}{5} = 56$

b aantal = $\binom{4}{3} \times \binom{4}{1} = 16$

c aantal = $\binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} = 93$

d Elk doelpunt werd gescoord door het ene of het andere team, dus steeds 2 mogelijkheden per doelpunt.
aantal = $2^8 = 256$

Alternatieve oplossing
Het thuisteam scoorde 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 of 8 doelpunten.

aantal = $\binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} = 256$

e Er zijn al drie doelpunten gevallen die leidden tot de stand 2-1, dat kan op $\binom{3}{1} = 3$ manieren.
Voor de overige vijf doelpunten zijn $2^5 = 32$ scoreverlopen mogelijk.
aantal = $\binom{3}{1} \times 2^5 = 96$

Diagnostische toets

Bladzijde 168

1 **a** Zie onderstaand rooster.

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

Er zijn vijf mogelijkheden om in totaal acht ogen te gooien.

b Er zijn tien mogelijkheden om meer dan acht ogen te gooien.

c Er zijn vijf mogelijkheden waarbij het laagste aantal ogen vier is.
Namelijk met beide dobbelstenen vier. Of met de eerste dobbelsteen vier en de tweede dobbelsteen vijf of zes. Of met de tweede vijf of zes en met de eerste vier.

2 **a** Ze heeft dan $3 \times 1 \times 2 = 6$ mogelijkheden.

b Ze heeft dan $3 \times 3 \times 2 = 18$ mogelijkheden.

c Ze kiest geen visburger en heeft keuze uit twee sauzen OF ze kiest een visburger en heeft keuze uit drie sauzen.
Ze heeft dan $3 \times 2 \times 2 + 3 \times 1 \times 3 = 12 + 9 = 21$ mogelijkheden.

3 **a** Er zijn in totaal 9 jongens en 10 meisjes.
aantal $= 9 \times 10 = 90$

b aantal $= 9 \times 8 = 72$

c Er zijn in totaal 13 spelers die squash niet als favoriete racketsport hebben.
aantal $= 13 \times 12 = 156$

d Allebei tennis of allebei squash of allebei badminton.
aantal $= 9 \times 8 + 6 \times 5 + 4 \times 3 = 72 + 30 + 12 = 114$

4 **a** aantal $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$

b Het eerste cijfer is een 2, 3 of 4.
aantal $= 3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 360$

c aantal $= 6^5 = 7776$

d Het eerste cijfer is een 6 of 7 OF het eerste cijfer is een 5 en het tweede cijfer is een 4, 5, 6 of 7.
aantal $= 2 \times 64 + 1 \times 4 \times 63 = 3456.$

Bladzijde 169

5 **a** aantal $= 26 \times 25 \times 24 = 15\,600$

b aantal $= 26^3 = 17\,576$

c aantal $= 26 \times 26 \times 1 = 676$

6 **a** aantal $= 6! = 720$

b De volgorde van kiezen is niet van belang, dus combinaties.
aantal $= \binom{6}{3} = 20$

c De volgorde van kiezen is wel van belang, dus permutaties.
aantal $= 6 \times 5 \times 4 = 120$

7 **a** aantal = $\binom{66}{2} \times \binom{70}{3} = 117\,417\,300$

b vier 15-jarigen of vijf 15-jarigen

aantal = $\binom{101}{4} \times \binom{35}{1} + \binom{101}{5} = 222\,111\,120$

c vijf 14-jarigen of vijf 15-jarigen of vijf 16-jarigen

aantal = $\binom{15}{5} + \binom{101}{5} + \binom{20}{5} = 79\,227\,252$

8 **a** aantal = $2^{25} = 33\,554\,432$

b aantal = $\binom{25}{8} = 1\,081\,575$

c 23 of 24 of 25 groene hokjes

aantal = $\binom{25}{23} + \binom{25}{24} + \binom{25}{25} = 300 + 25 + 1 = 326$

4

9 **a** 4 keer vier en 1 keer twee of 3 keer vier en 2 keer drie.

aantal = $\binom{5}{4} \times \binom{5}{3} = 5 \times 10 = 15$

b Minder dan 8 ogen, dus 7, 6 of 5 ogen.
Met systematisch tellen vind je:

zeven ogen: 11113 of 11122, dus aantal volgorden = $\binom{5}{1} + \binom{5}{2} = 5 + 10 = 15$.

zes ogen: 11112, dus aantal volgorden = $\binom{5}{1} = 5$.

vijf ogen: 11111, dus aantal volgorden = 1.
Dus in totaal $15 + 5 + 1 = 21$ mogelijkheden.

c Geen enkele keer vier, dus 3 mogelijkheden per dobbelsteen.
aantal = $3^5 = 243$

d Alleen enen en vieren, dus 2 mogelijkheden per dobbelsteen.
aantal = $2^5 = 32$

10 **a** aantal = $2^{10} = 1024$

b gelijke stand, dus 5-5.
aantal = $\binom{10}{5} = 252$

c Dan wordt de eindstand dus 3-7 of 4-6. De eerste drie doelpunten zijn al gemaakt, dus er moet alleen nog gekeken worden naar de laatste zeven doelpunten. Daarvan maakt Tim er nul of één.

aantal = $\binom{7}{0} + \binom{7}{1} = 1 + 7 = 8$