9 Exponentiële verbanden

Voorkennis Procenten en de vermenigvuldigingsfactor

Bladzijde 9

1 **a** Dat zijn $0{,}101 \cdot 139\,989 \approx 14\,139$ stemmen.
b In 2014 stemden $1{,}622 \cdot 22\,700 \approx 36\,819$ mensen op D66.
c In 2010 stemden $\frac{13\,223}{1{,}741} \approx 7595$ mensen op de SP.
d GroenLinks kreeg $\frac{23\,531}{139\,989} \times 100\% \approx 16{,}8\%$ van de stemmen.
e De procentuele verandering is $\frac{23\,531 - 26\,382}{26\,382} \times 100\% \approx -10{,}8\%$.
Dus het aantal GroenLinks-stemmen is met 10,8% afgenomen.
f In 2014 telde Utrecht $\frac{139\,989}{0{,}542} \approx 258\,282$ stemgerechtigden.
g In 2014 stemden $0{,}764 \cdot 19\,789 \approx 15\,119$ mensen op de VVD.
h In 2010 stemden $\frac{8667}{0{,}902} \approx 9609$ mensen op het CDA.

Bladzijde 10

2 **a** 1,37
b 0,84
c 1,015
d 0,188
e 2,70
f 0,9818
g 1,0022
h 0,9991

3 **a** toename van 27,5%
b toename van 108%
c afname van 46%
d afname van 0,7%
e toename van 0,54%
f afname van 94%
g toename van 40%
h toename van 500%

9

Bladzijde 11

4 **a** In 2013 was de gemiddelde verkoopprijs $1{,}09 \cdot 726 = 791{,}34$ euro.
b In 2013 werden er $0{,}787 \cdot 1\,281\,000 \approx 1\,008\,000$ fietsen verkocht.
c In 2013 was de totale besteding aan nieuwe fietsen $0{,}857 \cdot 930 \approx 797$ miljoen euro.

5 **a** De vermenigvuldigingsfactor is $1{,}234 \cdot 1{,}192 \approx 1{,}471$.
De toename is 47,1%.
b De vermenigvuldigingsfactor is $0{,}896 \cdot 0{,}842 \approx 0{,}754$.
De afname is 24,6%.
c De vermenigvuldigingsfactor is $1{,}56 \cdot 0{,}73 \approx 1{,}139$.
De toename is 13,9%.

6 De vermenigvuldigingsfactor is $1{,}550 \cdot 1{,}406 \cdot 1{,}371 \cdot 1{,}170 \cdot 1{,}433 \approx 7{,}194$.
De toename was 620%.

Bladzijde 12

7 **a** 4 jaar later, dus het bedrag op haar spaarrekening is dan $7500 \cdot 1{,}015^4 \approx 7960{,}23$ euro.
b De vermenigvuldigingsfactor is $1{,}015^{10} \approx 1{,}161$.
De toename is 16,1%.
c Lonneke ontvangt over 2020 een bedrag van $7500 \cdot 1{,}015^9 - 7500 \cdot 1{,}015^8 \approx 126{,}73$ euro.

8 **a** 10 jaar later, dus in 2010, waren er $1280 \cdot 0{,}965^{10} \approx 896$ muziekwinkels.
b De afname is $1280 \cdot 0{,}965^{12} - 1280 \cdot 0{,}965^{16} \approx 111$ muziekwinkels.
c $1280 \cdot 0{,}965^{18} \approx 674$
$1280 \cdot 0{,}965^{19} \approx 650$
In 2019 is het aantal muziekwinkels voor het eerst kleiner dan 660.

9.1 Twee soorten groei

Bladzijde 13

1 9 jaar later, dus het aantal gecertificeerde biologische bedrijven in 2014 is $2400 + 9 \cdot 120 = 3480$.

2 **a** Stel $H = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta H}{\Delta t} = \dfrac{600 - 552}{10 - 4} = 8$.

$$\left.\begin{array}{l} H = 8t + b \\ t = 10 \text{ en } H = 600 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 8 \cdot 10 + b = 600 \\ 80 + b = 600 \\ b = 520 \end{array}$$

Dus $H = 8t + 520$.

b Stel $N = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{630 - 750}{14 - 6} = -15$.

$$\left.\begin{array}{l} N = -15t + b \\ t = 6 \text{ en } N = 750 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -15 \cdot 6 + b = 750 \\ -90 + b = 750 \\ b = 840 \end{array}$$

Dus $N = -15t + 840$.

c Stel $B = aq + b$ met $a = \dfrac{\Delta B}{\Delta q} = \dfrac{266 - 164{,}5}{16 - 2} = 7{,}25$.

$$\left.\begin{array}{l} B = 7{,}25q + b \\ q = 16 \text{ en } B = 266 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 7{,}25 \cdot 16 + b = 266 \\ 116 + b = 266 \\ b = 150 \end{array}$$

Dus $B = 7{,}25q + 150$.

Bladzijde 14

3 Bij $t = 2$ is $M = 600$ en bij $t = 4$ is $M = 500$.
Stel $M = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta M}{\Delta t} = \dfrac{500 - 600}{4 - 2} = -50$.

$$\left.\begin{array}{l} M = -50t + b \\ t = 2 \text{ en } M = 600 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -50 \cdot 2 + b = 600 \\ -100 + b = 600 \\ b = 700 \end{array}$$

Dus $M = -50t + 700$.

4 **a** $\dfrac{24{,}18 - 24{,}82}{7 - 3} = -0{,}16 \qquad \dfrac{23{,}7 - 24{,}18}{10 - 7} = -0{,}16 \qquad \dfrac{22{,}9 - 23{,}7}{15 - 10} = -0{,}16$

De N-toename per uur is steeds gelijk, de tabel hoort dus bij een lineair verband.

b Stel $N = at + b$ met $a = -0{,}16$.

$$\left.\begin{array}{l} N = -0{,}16t + b \\ t = 10 \text{ en } N = 23{,}7 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -0{,}16 \cdot 10 + b = 23{,}7 \\ -1{,}6 + b = 23{,}7 \\ b = 25{,}3 \end{array}$$

Dus $N = -0{,}16t + 25{,}3$.

5 **a** Bij $t = 1$ hoort $L_A = 6{,}4$ en bij $t = 4$ hoort $L_A = 9{,}1$.

Stel $L_A = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta L_A}{\Delta t} = \dfrac{9{,}1 - 6{,}4}{4 - 1} = 0{,}9$.

$$\left.\begin{array}{l} L_A = 0{,}9t + b \\ t = 1 \text{ en } L_A = 6{,}4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}9 \cdot 1 + b = 6{,}4 \\ 0{,}9 + b = 6{,}4 \\ b = 5{,}5 \end{array}$$

Dus $L_A = 0{,}9t + 5{,}5$.
Bij $t = 1$ hoort $L_B = 6{,}3$ en bij $t = 4$ hoort $L_B = 9{,}6$.

Stel $L_B = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta L_B}{\Delta t} = \dfrac{9{,}6 - 6{,}3}{4 - 1} = 1{,}1$.

$$\left.\begin{array}{l} L_B = 1{,}1t + b \\ t = 1 \text{ en } L_B = 6{,}3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1{,}1 \cdot 1 + b = 6{,}3 \\ 1{,}1 + b = 6{,}3 \\ b = 5{,}2 \end{array}$$

Dus $L_B = 1{,}1t + 5{,}2$.

b Los op $0{,}9t + 5{,}5 = 11{,}5$.

$$0{,}9t = 6$$
$$t = \frac{6}{0{,}9} \approx 6{,}7.$$

Dus de haarlengte van Ans zal in de maand september 11,5 cm worden.

c Er geldt dan $L_A + 2 = L_B$.

Los op $0{,}9t + 5{,}5 + 2 = 1{,}1t + 5{,}2$.

$$0{,}9t + 7{,}5 = 1{,}1t + 5{,}2$$
$$0{,}9t - 1{,}1t = 5{,}2 - 7{,}5$$
$$-0{,}2t = -2{,}3$$
$$t = 11{,}5.$$

Dus in februari 2017 zal de haarlengte van Bo 2 cm meer zijn dan die van Ans.

d Er geldt dan $L_A \geq 25$ en $L_B \geq 25$.

Voer in $y_1 = 0{,}9x + 5{,}5$, $y_2 = 1{,}1x + 5{,}2$ en $y_3 = 25$.

De lijn bij y_1 snijdt y_3 het laatst.

Intersect bij y_1 en y_3 geeft $x \approx 21{,}667$.

Het tijdstip bij $t = 21{,}667$ valt in de loop van 20 december 2017. Ans en Bo kunnen deze dag voor het eerst weer haar doneren.

6 9 jaar later, dus de omzet van biowinkels in 2014 is $420 \cdot 1{,}13^9 \approx 1260$ miljoen euro.

Bladzijde 16

7 **a** $N = b \cdot g^t$ met $b = 10{,}63$ en $g = 1{,}016$ geeft $N = 10{,}63 \cdot 1{,}016^t$.

b Bij 1 januari 2020 hoort $t = 6$, dus $10{,}63 \cdot 1{,}016^6 \approx 11{,}69$ miljoen inwoners.

c Los op $10{,}63 \cdot 1{,}016^t = 12$.

Voer in $y_1 = 10{,}63 \cdot 1{,}016^x$ en $y_2 = 20$.

Intersect geeft $x \approx 39{,}8$.

In 2014 + 39, dus in 2053, zal het aantal inwoners voor het eerst meer dan 20 miljoen zijn.

d 1 januari 2010 is 4 jaar voor 1 januari 2014. De groeifactor voor 4 jaar is $1{,}016^4$.

Dus op 1 januari 2010 had Bolivia $\frac{10{,}63}{1{,}016^4} \approx 9{,}98$ miljoen inwoners.

e Ook in 2025 is de groeifactor 1,016. De procentuele toename is dus 1,6%.

8 **a** $M = b \cdot g^t$ met $b = 10$ en $g = 1{,}3$ geeft $M = 10 \cdot 1{,}3^t$.

b 31 oktober 2014 is 31 + 30 + 31 = 92 dagen ofwel ongeveer 13 weken na 1 augustus 2014.

Er waren op 31 oktober 2014 dus $10 \cdot 1{,}3^{13} \approx 300$ muizen per ha.

c Los op $10 \cdot 1{,}3^t = 1000$.

Voer in $y_1 = 10 \cdot 1{,}3^x$ en $y_2 = 1000$.

Intersect geeft $x \approx 17{,}6$.

In week 18 waren er dus voor het eerst meer dan 1000 muizen per ha.

d 24 januari 2015 is 24 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 = 177 dagen ofwel ongeveer 25 weken na 1 augustus 2014.

Er zijn dan $10 \cdot 1{,}3^{25} \approx 7060$ muizen per hectare die gemiddeld 30 gram per muis wegen.

De muizen wegen samen $7060 \cdot 30 = 211\,800$ gram ≈ 212 kg.

Dit komt dus redelijk overeen met het krantenartikel.

Bladzijde 17

9 **a** $V_z = b \cdot g^t$ met $b = 5600$ en $g = 1{,}4$ geeft $V_z = 5600 \cdot 1{,}4^t$.

$V_w = at + b$ met $a = 8000$ en $b = 62\,000$ geeft $V_w = 8000t + 62\,000$.

b In 2010 geldt voor het vermogen aan zonne-energie de groeifactor 1,4, dus 40% toename.

Op 1 januari 2010 was $V_w = 8000 \cdot 4 + 62\,000 = 94\,000$.

Dus de toename is $\frac{8000}{94\,000} \times 100\% \approx 8{,}5\%$.

Ook in 2012 was de toename van het vermogen aan zonne-energie 40%.

Op 1 januari 2012 was $V_w = 8000 \cdot 6 + 62\,000 = 110\,000$.

De procentuele toename is $\frac{8000}{110\,000} \times 100\% \approx 7{,}3\%$.

Bij exponentiële groei is de procentuele toename elk jaar hetzelfde, bij lineaire groei niet.

Bladzijde 18

10 **a** $\frac{8900}{8200} \approx 1{,}085$ $\frac{9700}{8900} \approx 1{,}090$ $\frac{10\,600}{9700} \approx 1{,}093$ $\frac{11\,600}{10\,600} \approx 1{,}094$

De quotiënten zijn vrijwel gelijk, dus O neemt bij benadering exponentieel toe.

b $O = b \cdot g^t$ met $b = 8200$ en $g = 1{,}09$ geeft $O = 8200 \cdot 1{,}09^t$.

c Bij 2018 hoort $t = 8$.

$t = 8$ geeft $O = 8200 \cdot 1{,}09^8 \approx 16\,339$ miljoen euro.

De omzet per Nederlander is in 2018 dus $\frac{16\,339 \text{ miljoen}}{17{,}1 \text{ miljoen}} \approx 955$ euro.

11 **a** $\frac{903}{1020} \approx 0{,}885$ $\frac{800}{903} \approx 0{,}886$ $\frac{708}{800} \approx 0{,}885$ $\frac{627}{708} \approx 0{,}886$ $\frac{555}{627} \approx 0{,}885$

De quotiënten zijn vrijwel gelijk, dus P neemt bij benadering exponentieel toe.

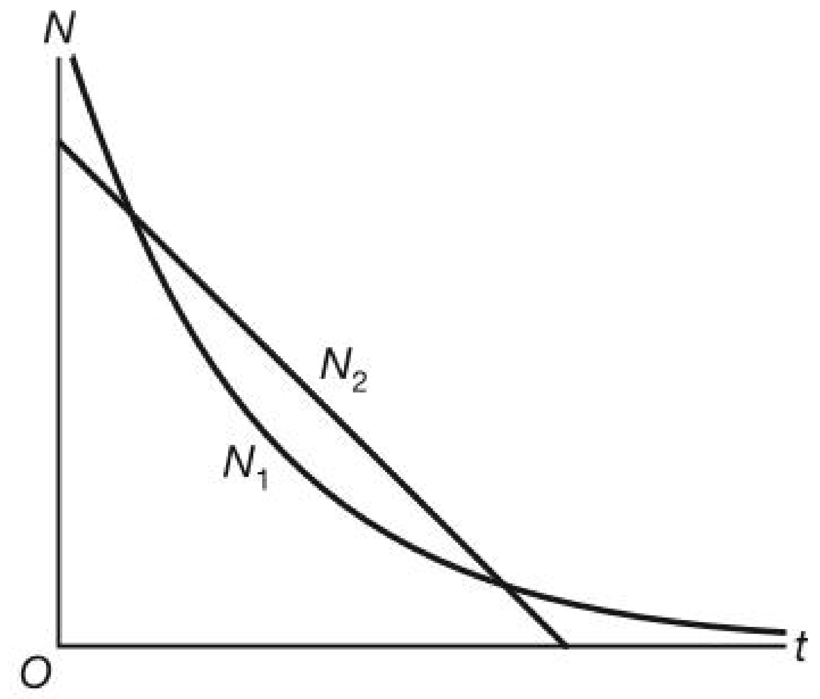
$P = b \cdot g^h$ met $b = 1020$ en $g = 0{,}89$ geeft $P = 1020 \cdot 0{,}89^h$.

b De groeifactor is kleiner dan 1.

c Bij $h = 7{,}5$ hoort $P = 1020 \cdot 0{,}89^{7{,}5} \approx 426$ hPa.

Bladzijde 19

12 **a** Voer in $y_1 = 15 \cdot 0{,}8^x$ en $y_2 = 12 - x$.



b Intersect geeft $x \approx 1{,}67$ en $x \approx 10{,}59$.

Dus $N_1 = N_2$ voor $t \approx 1{,}67$ en voor $t \approx 10{,}59$.

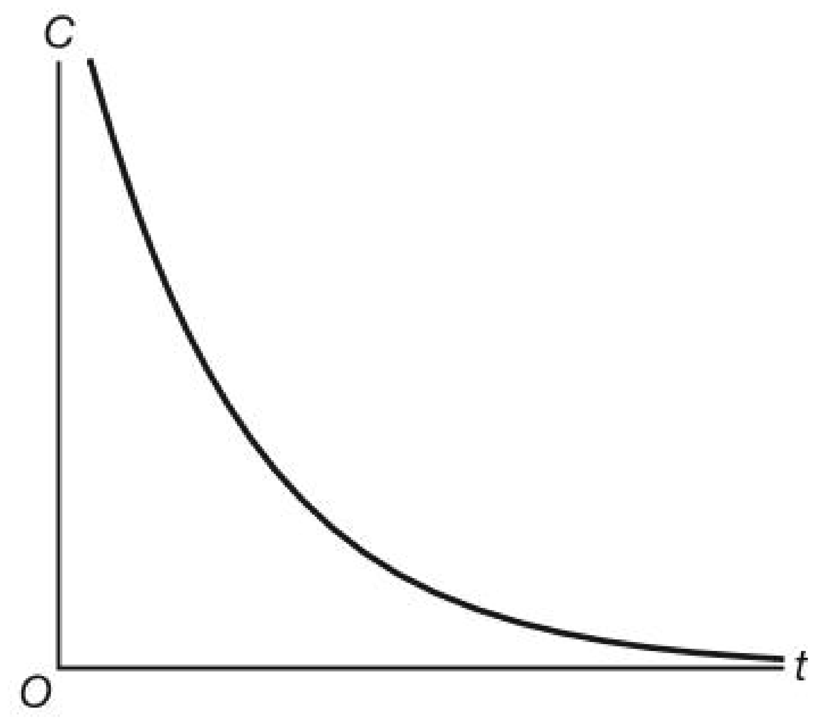
c Voer in $y_3 = 0{,}5$.

Intersect met y_1 en y_3 geeft $x \approx 15{,}2$.

Dus vanaf $t = 16$ is $N_1 < 0{,}5$.

13 **a** $C = 20 \cdot 0{,}8^t$

b Voer in $y_1 = 20 \cdot 0{,}8^x$.



c Los op $20 \cdot 0{,}8^t = 3$.

Voer in $y_2 = 3$.

Intersect geeft $x \approx 8{,}5$.

Na 8,5 uur is het medicijn uitgewerkt.

Bladzijde 20

14 Stel t de tijd in maanden met $t = 0$ op 1 januari 2010. Stel verder dat N_l het aantal geregistreerde gebruikers is volgens het lineaire verband en dat N_e het aantal geregistreerde gebruikers is volgens het exponentiële verband.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Bij } t = 0 \text{ hoort } N_l = 470\,000 \\ \text{Gemiddeld } 200\,000 \text{ nieuwe gebruikers per maand}\end{array}\right\} N_l = 200\,000t + 470\,000$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Bij } t = 0 \text{ hoort } N_l = 470\,000 \\ \text{groeifactor } 1{,}094 \text{ per maand}\end{array}\right\} N_e = 470\,000 \cdot 1{,}094^t$$

Los op $N_l = N_e$.
Voer in $y_1 = 200\,000x + 470\,000$ en $y_2 = 470\,000 \cdot 1{,}094^x$.
Intersect geeft $x = 0$ en $x \approx 28{,}7$.
Bij $t = 24$ hoort 1 januari 2012, dus $t \approx 28{,}7$ valt in mei 2012.
Het artikel is dus in mei geschreven.

15 **a** $N = 150 \cdot 1{,}063^t$

b Bij 1 januari 2011 hoort $t = 24$.
$t = 24$ geeft $N \approx 650$.
Dus 650 miljoen actieve deelnemers.

c Bij 1 november hoort $t = 10$ en bij 1 december hoort $t = 11$.
In november is de toename $150 \cdot 1{,}063^{11} - 150 \cdot 1{,}063^{10} = 17{,}408...$ miljoen deelnemers.
Dat is een toename van gemiddeld $\frac{17{,}408... \text{ miljoen}}{30} \approx 580\,000$ deelnemers per dag.
De bewering is dus te verdedigen.

d Bij $t = 24$ hoort $N = 650$ (zie b) en bij $t = 60$ hoort $N = 1226$.
Stel $N = at + b$ met $a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1226 - 650}{60 - 24} = 16$.

$$\left.\begin{array}{l} N = 16t + b \\ t = 24 \text{ en } N = 650\end{array}\right\} \begin{array}{l} 16 \cdot 24 + b = 650 \\ 384 + b = 650 \\ b = 650 - 384 = 266\end{array}$$

Dus $N = 16t + 266$.

e 1 miljard is 1000 miljoen, dus los op $N = 1000$.
$16t + 266 = 1000$
$16t = 734$
$t = \frac{734}{16} \approx 45{,}9$
Bij $t = 45$ hoort 1 oktober 2012. Dus in oktober 2012 zijn er voor het eerst 1 miljard deelnemers.

9.2 Groeipercentages

Bladzijde 22

16 De groeifactor is 1,05.

Bladzijde 23

17 **a** De groeifactor per dag is 0,9977.
b De groeifactor per jaar is 1,046.
c $N = b \cdot g^t$ met $b = 24{,}0$ en $g = 1{,}014$ geeft $N = 24{,}0 \cdot 1{,}014^t$.

18

groeipercentage	13%	3,3%	120%	0,7%	12%	6%	150%	23,7%
groeifactor	1,13	1,033	2,20	1,007	1,12	1,06	2,5	1,237

19

afname in procenten	13%	4,18%	6,2%	0,3%	2%	0,1%	75,4%
groeifactor	0,87	0,582	0,938	0,997	0,98	0,999	0,246

20 **a** De groeifactor per jaar is 1,127.
b De groeifactor per maand is 0,932.
c Het groeipercentage per maand is 73,5%.
d De procentuele afname per dag is 15,5%.
e Het groeipercentage per jaar is 142%.
f De groeifactor per dag is 0,993.

21 **a** $B = b \cdot g^t$ met $b = 5000$ en $g = 1{,}013$ geeft $B = 5000 \cdot 1{,}013^t$.
b Bij 1 januari 2020 hoort $t = 5$.
$t = 5$ geeft $B = 5333{,}56...$
Bij 1 januari 2021 hoort $t = 6$.
$t = 6$ geeft $B = 5402{,}89...$
Het bedrag neemt in 2020 toe met $5402{,}89... - 5333{,}56... \approx$ € 69,34.
c Voer in $y_1 = 5000 \cdot 1{,}013^x$ en $y_2 = 6000$.
Intersect geeft $x \approx 14{,}1$.
Dus op 1 januari van 2015 + 15 = 2030 staat er voor het eerst meer dan € 6000 op de spaarrekening van Joke.

22 **a** China heeft dan $1356 \cdot 1{,}0044^6 \approx 1392$ miljoen inwoners en
India heeft dan $1236 \cdot 1{,}0125^6 \approx 1332$ miljoen inwoners.
b Los op $1356 \cdot 1{,}0044^x = 1236 \cdot 1{,}0125^x$.
Voer in $y_1 = 1356 \cdot 1{,}0044^x$ en $y_2 = 1236 \cdot 1{,}0125^x$.
Intersect geeft $x \approx 11{,}54$.
Dus in 2014 + 11 = 2025 zijn de aantallen inwoners gelijk.
c Kijk in de tabel.

t	N_I	
20	1584,6	
21	1604,4	+19,8
22	1624,5	+20,1

Bij $t = 21$ hoort 1 januari 2035.
Bij $t = 22$ hoort 1 januari 2036.
Dus in het jaar 2035.

Bladzijde 24

23 **a** $H_k = -18t + 80$
$H_d = b \cdot g^t$ met $b = 80$ en $g = 0{,}85$ geeft $H_d = 80 \cdot 0{,}85^t$.
b Los op $-18t + 80 = 0$
$-18t = -80$
$t = 4\frac{4}{9}$
$t = 4\frac{4}{9}$ geeft $H_d = 80 \cdot 0{,}85^{4\frac{4}{9}} \approx 39$
Dus nog ongeveer 39 mg vitamine C.
c 40% van 80 is 32
Los op $80 \cdot 0{,}85^x = 32$.
Voer in $y_1 = 80 \cdot 0{,}85^x$ en $y_2 = 32$.
Intersect geeft $x = 5{,}638...$
Dus na 5 dagen en $0{,}638... \cdot 24 \approx 15$ uur (135 uur).
d Los op $3 \cdot H_k = H_d$, dus $3(-18t + 80) = 80 \cdot 0{,}85^t$.
Voer in $y_2 = 3(-18x + 80)$.
Intersect geeft $x = 3{,}622...$
Dus na 3 dagen en $0{,}622... \cdot 24 \approx 15$ uur (87 uur).

24 **a**

tijd in jaren	0	1	2	3	4	5
hoeveelheid N	2	18	162	1458	13 122	118 098

b $\frac{162}{2} = \frac{1458}{18} = \frac{13\,122}{162} = \frac{118\,098}{1458} = 81$, dus met 81.
c Vermenigvuldigen met 4,5 per halfjaar geeft een vermenigvuldiging met $4{,}5 \cdot 4{,}5 = 20{,}25$ per jaar.
Per halfjaar wordt N dus met minder dan 4,5 vermenigvuldigd.

Bladzijde 25

25 **a** $g_{\frac{1}{4}\text{ uur}} = 1{,}12$
$g_{\text{uur}} = 1{,}12^4 \approx 1{,}574$
De toename per uur is 57,4%.

b $g_{15\text{ minuten}} = 1{,}12$
$g_{5\text{ minuten}} = 1{,}12^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}038$
De toename per vijf minuten is 3,8%.

c $g_{\text{uur}} = 1{,}12^4$
$g_{5\text{ uur}} = (1{,}12^4)^5 = 1{,}12^{20} \approx 9{,}65$
De toename per vijf uur is 865%.

Bladzijde 26

26 **a** $g_{\text{dag}} = 0{,}84$
$g_{\text{week}} = 0{,}84^7 \approx 0{,}295$

b $g_{\text{dag}} = 0{,}84$
$g_{\text{uur}} = 0{,}84^{\frac{1}{24}} \approx 0{,}993$
De afname per uur is 0,7%.

c $g_{\text{dag}} = 0{,}84$
$g_{\text{kwartier}} = 0{,}84^{\frac{1}{96}} \approx 0{,}9982$
De afname per kwartier is 0,18%.

27 **a** $g_{\text{dag}} = 1{,}3$
$g_{\text{week}} = 1{,}3^7 \approx 6{,}27$
Het groeipercentage per week is 527%.

b $g_{\text{dag}} = 1{,}3$
$g_{4\text{ uur}} = 1{,}3^{\frac{1}{6}} \approx 1{,}045$
Het groeipercentage per vier uur is 4,5%.

28 **a** $g_{\text{uur}} = 0{,}805$
$g_{\text{kwartier}} = 0{,}805^{\frac{1}{4}} \approx 0{,}947$
De afname per kwartier is 5,3%.

b $g_{\text{jaar}} = 1{,}086$
$g_{25\text{ jaar}} = 1{,}086^{25} \approx 7{,}866$
De toename per 25 jaar is 686,6%.

c $g_{\text{week}} = 2{,}8$
$g_{\text{dag}} = 2{,}8^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}158$
De toename per dag is 15,8%.

29 **a** $g_{3\text{ jaar}} = 2{,}5$
$g_{\text{jaar}} = 2{,}5^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}357$
Het groeipercentage per jaar is 35,7%.

b $g_{10\text{ jaar}} = 5$
$g_{\text{jaar}} = 5^{\frac{1}{10}} \approx 1{,}175$
Het groeipercentage per jaar is 17,5%.

c $g_{8\text{ jaar}} = 0{,}85$
$g_{\text{jaar}} = 0{,}85^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}980$
De afname per jaar is 2,0%.

30 **a** Bij een toename van 5% per dag hoort $g_{\text{dag}} = 1{,}05$ dus $g_{\text{week}} = 1{,}05^7 \approx 1{,}407$.
De toename per week is dus ongeveer 40,7%.

b Bij een afname van 20% per uur hoort $g_{\text{uur}} = 0{,}8$ dus $g_{\text{kwartier}} = 0{,}8^{\frac{1}{4}} \approx 0{,}946$.
De afname per kwartier is dus ongeveer 5,4%.

31 **a** 6 jaar is 72 maanden
$g_{6\text{ jaar}} = 320$ dus $g_{\text{maand}} = 320^{\frac{1}{72}} \approx 1{,}083$
Het groeipercentage per maand was 8,3%.

b 4 jaar is 48 maanden
$g_{4\text{ jaar}} = 0{,}65$ dus $g_{\text{maand}} = 0{,}65^{\frac{1}{48}} \approx 0{,}991$
De afname per jaar was 0,9%.

c 4000 artikelen in januari 2011

$\frac{4000}{0{,}65} \approx 6154$ geplaatste artikelen in januari 2007.

Dus $\frac{6154}{320} \approx 19$ geplaatste artikelen in januari 2001.

9.3 Verdubbelingstijden en halveringstijden

Bladzijde 28

32 **a** Los op $25 \cdot 1{,}022^t = 50$.
Voer in $y_1 = 25 \cdot 1{,}022^x$ en $y_2 = 50$.
Intersect geeft $x \approx 31{,}85$.
Dus na 32 jaar.

b Los op $21 \cdot 1{,}022^t = 42$.
Voer in $y_1 = 21 \cdot 1{,}022^x$ en $y_2 = 42$.
Intersect geeft $x \approx 31{,}85$.
Dus na 32 jaar.

c De bevolking lijkt elke 32 jaar te verdubbelen.

Bladzijde 29

33 **a** Toename 13,1% per jaar, dus de groeifactor is 1,131 per jaar.
Los op $1{,}131^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}131^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x = 5{,}63...$
De verdubbelingstijd is 5 jaar en $0{,}63... \cdot 12 \approx 8$ maanden.

b Toename 28,4% per week, dus de groeifactor is 1,284 per week.
Los op $1{,}284^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}284^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x = 2{,}77...$
De verdubbelingstijd is 2 weken en $0{,}77... \cdot 7 \approx 5$ dagen.

34 **a** Toename 2,4% per jaar, dus de groeifactor is 1,024 per jaar.
Los op $1{,}024^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}024^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x \approx 29{,}2$.
De verdubbelingstijd is 29 jaar.

b Toename 0,22% per jaar, dus de groeifactor is 1,0022 per week.
Los op $1{,}0022^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}0022^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x \approx 315{,}4$.
De verdubbelingstijd is 315 jaar.

35 **a** Het aantal inwoners verdubbelt elke 11,5 jaar, dus de groeifactor per 11,5 jaar is 2.

b $g_{11{,}5\text{ jaar}} = 2$
$g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{11{,}5}} \approx 1{,}062$
Dus de groeifactor per jaar is 1,062.

36 **a** $g_{25\text{ jaar}} = 2$
$g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{25}} \approx 1{,}028$
Dus de groeifactor per jaar is 1,028.

b $g_{\text{week}} = 2$
$g_{\text{dag}} = 2^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}104$
Het groeipercentage per dag is 10,4%.

9

Bladzijde 30

37 **a** Los op $1{,}097^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}097^t$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x \approx 7{,}4$.
Dus de verdubbelingstijd is 7 jaar.
Met dezelfde aanpak vind je voor de periodes in de tabel de onderstaande verdubbelingstijden.

periode	jaarlijkse groei	verdubbelingstijd in jaren
I	9,7%	7
II	3,8%	19
III	5,0%	14
IV	4,4%	16

b Voor de periode 2000 t/m 2011 was de groeifactor $1{,}097^4 \cdot 1{,}038^2 \cdot 1{,}050^2 \cdot 1{,}044^4 \approx 2{,}044$.
De zorgkosten zijn in de periode 2000 t/m 2011 dus verdubbeld.

c $g_{28 \text{ jaar}} = 2$
$g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{28}} \approx 1{,}025$
Het groeipercentage per jaar is dus 2,5%.

38 Bij groeipercentage 20% hoort $g = 1{,}20$.
Bij groeipercentage 40% hoort $g = 1{,}40$.
Voer in $y_1 = 1{,}20^x$, $y_2 = 1{,}40^x$ en $y_3 = 2$.
Intersect bij y_1 en y_2 geeft $x \approx 3{,}802$.
Intersect bij y_2 en y_3 geeft $x \approx 2{,}060$.
$\frac{2{,}060}{3{,}802} \approx 0{,}54$
Een verdubbeling van het groeipercentage heeft dus in het algemeen geen halvering van de verdubbelingstijd als gevolg.

39 $g = 0{,}8$, dus los op $0{,}8^t = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}8^x$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x = 3{,}1062...$
De halveringstijd is 3 jaar en $0{,}1062... \cdot 12 \approx 1$ maand.

Bladzijde 31

40 **a** $g = 0{,}92$, dus los op $0{,}92^t = 0{,}5$
Voer in $y_1 = 0{,}92^x$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x = 8{,}312...$
De halveringstijd is 8 jaar en $0{,}312... \cdot 12 \approx 4$ maanden.

b 5 jaar en 3 maanden is 5,25 jaar
$g_{5{,}25 \text{ jaar}} = 0{,}5$
$g_{\text{jaar}} = 0{,}5^{\frac{1}{5{,}25}} \approx 0{,}876$
De groeifactor per jaar is 0,876.

41 **a** $g_{9 \text{ jaar}} = 0{,}6$
$g_{\text{jaar}} = 0{,}6^{\frac{1}{9}} \approx 0{,}945$
Dus $g \approx 0{,}945$.
In januari 2010 waren er 900 ijsberen, dus in januari 2001 waren er $\frac{900}{0{,}6} = 1500$ ijsberen.
$N = b \cdot g^t$ met $b = 1500$ en $g = 0{,}945$ geeft $N = 1500 \cdot 0{,}945^t$.

b Los op $0{,}945^t = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}945^t$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x \approx 12{,}3$.
De halveringstijd is dus 12,3 jaar.

9

42 **a** Na de eerste ronde zijn nog $0{,}2 \cdot 100 = 20$ sollicitanten over.
b 1 op de 25 dus 4 op de 100 sollicitanten komen door beide ronden.
Van de 20 sollicitanten komen er dus 4 door de tweede ronde.
$\frac{4}{20} \times 100\% = 20\%$, dus van de sollicitanten die door de eerste ronde kwamen, komt 20% ook door de tweede ronde.

Bladzijde 32

43 **a** Stel in de laatste twee jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.
Er geldt dan dat $1{,}12^3 \cdot g^2 = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}12^3 \cdot x^2$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x \approx 1{,}193$, dus $g \approx 1{,}193$.
Dus het toenamepercentage is 19,3% per jaar.
b Stel in de laatste drie jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.
Er geldt dan dat $0{,}9^4 \cdot g^3 = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}9^4 \cdot x^3$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x \approx 0{,}913$, dus $g \approx 0{,}913$.
Dus het afnamepercentage is 8,7% per jaar.

44 **a** 2% van 2000 is 40 eenjarige karetschildpadden.
Dus 3 van de 40 worden volwassen, dat is $\frac{3}{40} \times 100\% = 7{,}5\%$.
Dus 7,5% van de eenjarige karetschildpadden wordt volwassen.
b Ga uit van 3000 dieren.

start	na 1 jaar	volwassen
3000	…	4

$$3000 \xrightarrow{?} \ldots \xrightarrow{\times 0{,}08} 4$$

Voor elke 4 volwassen lederschildpadden zijn er $\frac{4}{0{,}08} = 50$ eenjarige lederschildpadden geweest.
Dus 50 van de 3000 bereiken de eenjarige leeftijd, dat is $\frac{50}{3000} \times 100\% \approx 1{,}7\%$.
Dus 1,7% van de lederschildpadden die uit het ei komen bereikt de eenjarige leeftijd.

9

45 **a** Ga uit van 100 dieren.

start	na jaar 1	na jaar 2	na jaar 3	…	na jaar 10
100	60	54	48,6		20

$$100 \xrightarrow{\times 0{,}6} 60 \xrightarrow{\times 0{,}9} 54 \xrightarrow{\times 0{,}9} 48{,}6 \xrightarrow{\times g^7} 20$$

Uit het schema volgt dat 20 van de 48,6 dieren het vierde tot en met het tiende jaar overleven.
Los op $48{,}6 \cdot g^7 = 20$.
Voer in $y_1 = 48{,}6 \cdot x^7$ en $y_2 = 20$.
Intersect geeft $x \approx 0{,}881$.
Het vierde tot en met het tiende jaar overleeft jaarlijks 88,1% van de dieren.
b

start	na jaar 1	na jaar 2	na jaar 3	…	na jaar 15
1000	600	54	486		3

$$1000 \xrightarrow{\times 0{,}6} 600 \xrightarrow{\times 0{,}9} 54 \xrightarrow{\times 0{,}9} 486 \xrightarrow{?} 3$$

Er bereiken 486 dieren de leeftijd van 3 jaar en 3 dieren de leeftijd van 15 jaar.
Het gevraagde percentage is dus $\frac{3}{486} \times 100\% \approx 0{,}6\%$.

Bladzijde 33

46 **a** Uit figuur 9.5 blijkt dat het aantal geboorten afnam van 900 in 2000 tot 400 in 2014.

De procentuele verandering is $\frac{400-900}{900} \times 100\% \approx -55{,}6\%$.

Het aantal geboorten nam in deze periode met 55,6% af.

b Leeuwen die in 2010 twee jaar oud waren, waren in 2014 dus zes jaar oud.
Uit figuur 9.6 blijkt dat er 450 leeuwen van 2 jaar waren in 2010 en 200 leeuwen van 6 jaar in 2014.
Dus van de leeuwen die in 2010 twee jaar waren,was in 2014 nog $\frac{200}{440} \times 100\% \approx 45{,}5\%$ in leven.

c Uit figuur 9.5 blijkt dat er in 700 leeuwen geboren zijn in 2002.
Deze leeuwen zouden in 2010 dan 8 jaar oud zijn.
Uit figuur 9.6 blijkt dat er in 250 leeuwen van 8 jaar waren in 2010.
Van de in 2002 geboren leeuwen was in 2010 nog $\frac{250}{700} \times 100\% \approx 35{,}7\%$ in leven.

d In 2000 werden 900 leeuwen geboren, hiervan bereikten 150 de leeftijd van 10 jaar.
Dat is $\frac{150}{900} \times 100\% \approx 16{,}7\%$.
In 2004 werden 600 leeuwen geboren, hiervan bereikten 100 de leeftijd van 10 jaar.
Dat is $\frac{100}{600} \times 100\% \approx 16{,}7\%$.
De onderzoeker heeft gelijk.

e Lees in figuur 9.5 af: in 2004 werden 600 leeuwen geboren.
Lees in figuur 9.6 af: in 2014 leefden nog 100 van deze leeuwen.
Dus $\frac{1}{6}$ deel van deze leeuwen werd 10 jaar.

$$\begin{array}{ccccc} \text{start} & & \text{10 jaar} & & \text{12 jaar} \\ 15 & \xrightarrow{\times \frac{1}{6}} & 2{,}5 & \xrightarrow{\times g} & 1 \end{array}$$

Dus $g = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4$.
Van de 10-jarige leeuwen in 2014 werd 40% ook 12 jaar of ouder.

f
$$\begin{array}{ccccc} \text{jaar 2005} & & \text{jaar 2015} & & \text{jaar 2017} \\ 15 & \xrightarrow{\times 0{,}85^{10}} & \ldots & \xrightarrow{\times g^2} & 1 \end{array}$$

Los op $15 \cdot 0{,}85^{10} \cdot g^2 = 1$.
Voer in $y_1 = 15 \cdot 0{,}85^{10} \cdot x^2$ en $y_2 = 1$.
Intersect geeft $x \approx 0{,}582$.
De laatste jaren overleeft steeds 58,2% van de leeuwen.

9.4 Formules bij groeiverschijnselen

Bladzijde 35

47 **a** $g_{4\text{ uur}} = \frac{300\,000}{50\,000} = 6$

b $g_{\text{uur}} = 6^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}565$

Bladzijde 36

48 **a** Stel $N = b \cdot g^t$.

$g_{7\text{ uur}} = \frac{4100}{1600}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{4100}{1600}\right)^{\frac{1}{7}} = 1{,}1438...$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1438...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1600 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}1438...^3 = 1600 \\ b = \dfrac{1600}{1{,}1438...^3} \approx 1069 \end{array}$$

Dus $N = 1070 \cdot 1{,}144^t$.

b Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{5\text{ uur}} = \frac{1\,250\,000}{150\,000},\text{ dus } g_{\text{uur}} = \left(\frac{1\,250\,000}{150\,000}\right)^{\frac{1}{5}} = 1{,}5281...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}5281...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 150\,000 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}5281...^3 = 150\,000 \\ b = \dfrac{150\,000}{1{,}5281...^3} \approx 42\,034 \end{array}$$

Dus $N = 42\,000 \cdot 1{,}528^t$.

c Stel $H = b \cdot g^t$.

$$g_{3\text{ dagen}} = \frac{0{,}47}{0{,}60},\text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{0{,}47}{0{,}60}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}9218...$$

$$\left.\begin{array}{l} H = b \cdot 0{,}9218...^t \\ t = 5 \text{ en } H = 0{,}60 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 0{,}9218...^5 = 0{,}60 \\ b = \dfrac{0{,}60}{0{,}9218...^5} \approx 0{,}90 \end{array}$$

Dus $H = 0{,}90 \cdot 0{,}922^t$.

49 Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{6\text{ jaar}} = \frac{2510}{1040},\text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{2510}{1040}\right)^{\frac{1}{6}} = 1{,}1581...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1581...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1040 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}1581...^4 = 1040 \\ b = \dfrac{1040}{1{,}1581...^4} \approx 578 \end{array}$$

Dus $N = 580 \cdot 1{,}158^t$.

50 $g_{3\text{ jaar}} = \dfrac{1091{,}93}{1005{,}11}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\dfrac{1091{,}93}{1005{,}11}\right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}028...$

Stel het bedrag op 1 januari 2009 is b.

Dan is $b \cdot 1{,}028...^4 = 1005{,}11$.

Dus $b = \dfrac{1005{,}11}{1{,}028...^4} \approx 899{,}99$.

Nathalie heeft 899,99 (ongeveer 900 euro) op de bank gezet.

9

51 Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{5\text{ jaar}} = \frac{200}{800},\text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{200}{800}\right)^{\frac{1}{5}} = 0{,}7578...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}7578...^t \\ t = 2 \text{ en } N = 800 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 0{,}7578...^2 = 800 \\ b = \dfrac{800}{0{,}7578...^2} \approx 1393 \end{array}$$

Dus $N = 1400 \cdot 0{,}758^t$.

52 Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{5\text{ jaar}} = \frac{1822}{1118},\text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{1822}{1118}\right)^{\frac{1}{5}} = 1{,}1026...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1026...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1118 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}1026...^3 = 1118 \\ b = \dfrac{1118}{1{,}1026...^3} \approx 834 \end{array}$$

Dus $N = 834 \cdot 1{,}103^t$.

53 **a** Stel $V = b \cdot g^t$.

$g_{5\text{ weken}} = \dfrac{29}{65}$, dus $g_{\text{week}} = \left(\dfrac{29}{65}\right)^{\frac{1}{5}} = 0{,}8509...$

$$\left.\begin{array}{l} V = b \cdot 0{,}8509...^t \\ t = 2 \text{ en } V = 65 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 0{,}8509...^2 = 65 \\ b = \dfrac{65}{0{,}8509...^2} \approx 90 \end{array}$$

Dus $V = 90 \cdot 0{,}851^t$.

b Vlak na de tia was het verlies aan gezichtsvermogen 90%.

c 90 procent van zijn gezichtsvermogen is terug, dus 10% verlies aan gezichtsvermogen.
Los op $90 \cdot 0{,}851^t = 10$.
Voer in $y_1 = 90 \cdot 0{,}851^x$ en $y_2 = 10$.
Intersect geeft $x = 13{,}61...$
Jan zal na 14 weken weer 90% van zijn gezichtsvermogen terug hebben.

Bladzijde 37

54 In 2025 zijn er naar verwachting $313 \cdot 1{,}095^{10} \approx 776$ mannelijke 100-plussers.
Voor de vrouwen geldt $g_{15\text{ jaar}} = \dfrac{2112}{928}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\dfrac{2112}{928}\right)^{\frac{1}{15}} = 1{,}0563...$

In 2025 zijn er naar verwachting $2112 \cdot 1{,}0563...^{10} \approx 3654$ vrouwelijke 100-plussers.

Dus naar verwachting is in 2025 van de 100-plussers $\dfrac{776}{3654 + 776} \times 100\% \approx 17{,}5\%$ man.

55 **a** $\dfrac{70{,}7}{100} \approx 0{,}707$ $\quad \dfrac{50{,}0}{70{,}7} \approx 0{,}707$ $\quad \dfrac{35{,}3}{50{,}0} \approx 0{,}706$ $\quad \dfrac{25{,}0}{35{,}3} \approx 0{,}708$

De quotiënten zijn vrijwel gelijk, dus er is sprake van een exponentieel verband.

b $I = b \cdot g^d$ met $b = 100$ en $g = 0{,}707$ geeft $I = 100 \cdot 0{,}707^d$.

56 **a** Stel $P_r = b \cdot g^d$.
$g_{5\text{ meter}} = 0{,}08$, dus $g_{\text{meter}} = 0{,}08^{\frac{1}{5}} \approx 0{,}603$.
$P_r = b \cdot g^d$ met $g = 0{,}603$ en $b = 100$ geeft $P_r = 100 \cdot 0{,}603^d$.

Stel $P_b = b \cdot g^d$.
$g_{5\text{ meter}} = 0{,}17$, dus $g_{\text{meter}} = 0{,}17^{\frac{1}{5}} \approx 0{,}702$.
$P_b = b \cdot g^d$ met $g = 0{,}702$ en $b = 100$ geeft $P_b = 100 \cdot 0{,}702^d$.

b Los op $100 \cdot 0{,}603^d = 1$.
Voer in $y_1 = 100 \cdot 0{,}603^x$ en $y_2 = 1$.
Intersect geeft $x \approx 9{,}10$.
Dus tot 9,1 meter diepte dringt 1% rood licht door.
$d = 9{,}10$ geeft $P_b = 100 \cdot 0{,}702^{9{,}10} \approx 4{,}0$.
Dus tot deze diepte dringt 4% van het blauwe licht door.

Bladzijde 38

57 **a** $g_{32\text{ verdiepingen}} = \dfrac{19{,}40}{4{,}89}$, dus $g_{\text{verdieping}} = \left(\dfrac{19{,}40}{4{,}89}\right)^{\frac{1}{32}} = 1{,}0440....$

De totale bouwkosten bij 20 verdiepingen bedragen $4{,}89 \cdot 1{,}0440...^{20} \approx 11{,}57$ miljoen euro.

b $K = b \cdot g^n$ met $b = 4{,}89$ en $g = 1{,}044$ geeft $K = 4{,}89 \cdot 1{,}044^n$.
Los op $4{,}89 \cdot 1{,}044^n = 16{,}9$.
Voer in $y_1 = 4{,}89 \cdot 1{,}044^x$ en $y_2 = 16{,}9$.
Intersect geeft $x \approx 28{,}8$.
Hij kan dus 28 verdiepingen bouwen van dit bedrag.

58 **a**

aantal keer stuiteren	0	1	2	3	4
hoogte in meter na stuiteren	4	3,2	2,56	2,048	1,6384

Afgelegde afstand is $4 + 2 \cdot 3{,}2 + 2 \cdot 2{,}56 + 2 \cdot 2{,}048 = 19{,}616$ m ≈ 1962 cm.

b beginhoogte $\cdot\, 0{,}8^3 = 4$

Dus beginhoogte $= \dfrac{4}{0{,}8^3} \approx 7{,}81$ m $= 781$ cm.

59 **a** Voer in $y_1 = 80(1 - 0{,}8^x)$ en maak een tabel.

t	0	3	6	9	12	15	18	21
N	0	39	59	69	75	77	79	79

b Enkele quotiënten zijn $\frac{39}{0}$ = kan niet, $\frac{69}{59} \approx 1{,}169$ en $\frac{79}{79} = 1$.
De quotiënten zijn niet gelijk, dus er is geen sprake van exponentiële groei.
c Door bijvoorbeeld ver in de tabel te kijken, vind je $N = 80$.
d Als t toeneemt dan neemt $0{,}8^t$ af, dus $1 - 0{,}8^t$ neemt toe, dus $80(1 - 0{,}8^t)$ neemt toe.

Bladzijde 40

60 **a** Als t toeneemt, dan neemt $32 \cdot 0{,}5^t$ af, dus $1 + 32 \cdot 0{,}5^t$ neemt af, dus $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0{,}5^t}$ neemt toe.
De zonnebloem wordt dus voortdurend hoger.
b $t = 3$ geeft $h = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0{,}5^3} = 52$.
Dus 52 cm hoog.
c De vijfde week is van $t = 4$ tot $t = 5$.
$t = 4$ geeft $h \approx 86{,}7$ en $t = 5$ geeft $h = 130$.
De hoogte neemt $130 - 86{,}7 \approx 43$ cm toe.
d Als t heel groot is, is $0{,}5^t \approx 0$. Dan is $32 \cdot 0{,}5^t \approx 0$ en $1 + 32 \cdot 0{,}5^t \approx 1$. Dus dan is $h \approx \frac{260}{1} = 260$.
Het verzadigingsniveau is 260 cm.
e Voer in $y_1 = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0{,}5^x}$ en $y_2 = 250$.
Intersect geeft $x \approx 9{,}64$.
Dus vanaf $t = 9{,}7$.

61 **a** Als t toeneemt, dan neemt $0{,}7^t$ af, dus $1 - 0{,}7^t$ neemt toe, dus $1200(1 - 0{,}7^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.
b Als t heel groot is, dan is $0{,}7^t \approx 0$ en $1 - 0{,}7^t \approx 1$. Dus dan is $N \approx 1200 \cdot 1 = 1200$.
De lijn $N = 1200$ geeft het verzadigingsniveau aan.
Er zitten 1200 leerlingen op school.
c Bij 12:00 uur hoort $t = 3$ en bij 13:00 hoort $t = 4$.
$t = 3$ geeft $N \approx 788$ en $t = 4$ geeft $N \approx 912$.
De toename is $\frac{912 - 788}{788} \times 100\% \approx 15{,}7\%$.
d Voer in $y_1 = 1200(1 - 0{,}7^x)$ en $y_2 = 950$.
Intersect geeft $x = 4{,}398...$
$9 + 4 = 13$ uur en $0{,}398... \cdot 60 \approx 24$ minuten. Dus om 13:24 uur.

62 **a** Als t heel groot is, is $0{,}85^t \approx 0$. Dan is $13 \cdot 0{,}85^t \approx 0$ en $20 + 13 \cdot 0{,}85^t \approx 20$. Dus dan is $N \approx \frac{500}{20} = 25$.
Het verzadigingsniveau is 25.
b Als t heel groot is, is $0{,}98^t \approx 0$. Dan is $2 - 0{,}98^t \approx 2$ en dus $N \approx 320 \cdot 2 = 640$.
Het verzadigingsniveau is 640.
c Als t heel groot is, is $0{,}8^t \approx 0$. Dan is $50 \cdot 0{,}8^t \approx 0$ en dus $N \approx 160 - 0 = 160$.
Het verzadigingsniveau is 160.
d Als t heel groot is, is $t + 1$ heel groot. Dan is $\frac{20}{t+1} \approx 0$ en dus $N \approx 40 - 0 = 40$.
Het verzadigingsniveau is 40.

63 **a** Als t toeneemt, dan neemt $1{,}5^t$ toe, dus $1 + 1{,}5^t$ neemt toe, dus $8000(1 + 1{,}5^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.
b Als t toeneemt, dan neemt $1{,}8^t$ toe, dus $8 + 2{,}1 \cdot 1{,}8^t$ neemt toe, dus $\frac{720}{8 + 2{,}1 \cdot 1{,}8^t}$ neemt af.
De grafiek van N is dus dalend.
c Als t toeneemt, dan neemt $0{,}9^t$ af, dus $320 + 17 \cdot 0{,}9^t$ neemt af, dus $\frac{600}{320 + 17 \cdot 0{,}9^t}$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.
d Als t toeneemt, dan neemt $0{,}35^t$ af, dus $1 - 0{,}35^t$ neemt toe, dus $650(1 - 0{,}35^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

9

e Als t toeneemt, dan neemt $3 + 2t$ toe, dus $\frac{720}{3 + 2t}$ neemt af.
De grafiek van N is dus dalend.

f Als t toeneemt, dan neemt $1{,}8^t$ toe, dus $25 + 7 \cdot 1{,}8^t$ neemt toe, dus $\frac{25 + 7 \cdot 1{,}8^t}{320}$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

Bladzijde 41

64 **a** De toename is $\frac{961 - 705}{705} \times 100\% \approx 36{,}3\%$.

b $g_{10 \text{ dagen}} = \frac{280}{63}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{280}{63}\right)^{\frac{1}{10}} \approx 1{,}1609$
Het groeipercentage per dag is 16,09%.

c Bij 23 april 0:00 uur hoort $t = 22$, dat is 7 dagen na $t = 15$.
$N = 63 \cdot 1{,}161^7 \approx 179$, dus 179 fruitvliegjes.

d $t = 45$ invullen in de formule geeft $N \approx 956$.
De telling is 961, dus het verschil is $961 - 956 = 5$.
De afwijking is $\frac{5}{961} \times 100\% \approx 0{,}5\%$.

e Voer in $y_1 = \frac{1035}{1 + 210 \cdot 0{,}84^x}$ en $y_2 = 1000$.
Intersect geeft $x \approx 49{,}9$.
Bij $t \approx 49{,}9$ hoort 20 mei, dus op 20 mei waren er 1000 fruitvliegjes.

65 **a** grafiek I
b grafiek IV
c grafiek III
d grafiek III
e grafiek IV
f grafiek IV

9.5 Logaritmische schalen

Bladzijde 43

66 **a** $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$ keer zo zwaar
$\frac{100\,000}{0{,}002} = 50\,000\,000$ keer zo zwaar

b Het verschil in gewicht tussen het zwaarste en het lichtste dier is 99 999 998 gram.
De getallenlijn moet dus 999 999 998 mm ≈ 100 km lang worden.

c De getallenlijn moet dan circa 100 mm = 10 cm lang worden.
Het verschil in gewicht tussen de lichtere dieren zal niet meer afleesbaar zijn.

Bladzijde 44

67 **a** Bij A hoort 1,3, bij B hoort 7,5, bij C hoort 23, bij D hoort 55, bij E hoort 150 en bij F hoort 2400.

b Bij 550; 210; 9,5 en 2,4 is een lijn getekend.

c De getallen worden dan allemaal 10^3 keer zo groot. Dus bij A hoort 1300, bij B hoort 7500, bij C hoort 23 000, bij D hoort 55 000, bij E hoort 150 000 en bij F hoort 2 400 000.

Bladzijde 45

68 **a** De minimale goederenoverslag was 160 miljoen ton.
De maximale goederenoverslag was 190 miljoen ton.

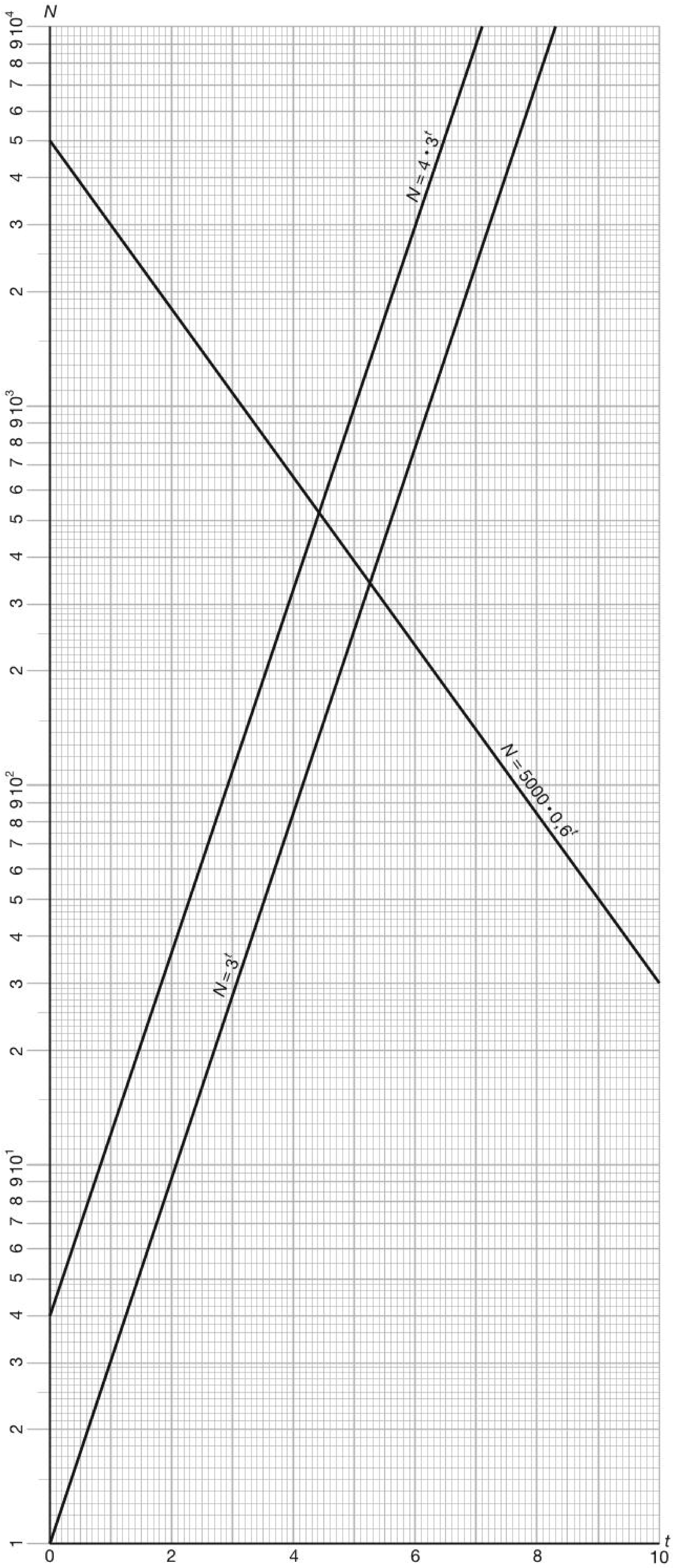
b In 2013 was de goederenoverslag in Rotterdam 425 miljoen ton en in Amsterdam 80 miljoen ton.
De goederenoverslag was in Rotterdam dus $\frac{425}{80} \times 100\% \approx 5{,}3$ keer zoveel.

c De goederenoverslag was in 2005 in Zeebrugge 34 miljoen ton. In 2013 was dit 43 miljoen ton.
De toename was dus $\frac{43 - 34}{34} \times 100\% \approx 26{,}5\%$.

69 **a**

t	0	2	4	6	8
$N = 3^t$	1	9	81	729	6561

b, c



b De punten liggen op één lijn.

Bladzijde 46

70 **a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 1 \text{ en } N = 30 \\ t = 7 \text{ en } N = 400 \end{array}\right\} g_{6\text{ dagen}} = \frac{400}{30}$$

$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{400}{30}\right)^{\frac{1}{6}} = 1{,}5398...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}5398...^t \\ t = 1 \text{ en } N = 30 \end{array}\right\} b \cdot 1{,}5398...^1 = 30$$

$$b = \frac{30}{1{,}5398...} \approx 19$$

Dus $N = 19 \cdot 1{,}540^t$.

b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 2 \text{ en } N = 100 \\ t = 8 \text{ en } N = 9 \end{array}\right\} g_{6\text{ dagen}} = \frac{9}{100}$$

$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{9}{100}\right)^{\frac{1}{6}} = 0{,}6694...$$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}6694...^t \\ t = 2 \text{ en } N = 100 \end{array}\right\} b \cdot 0{,}6694...^2 = 100$$

$$b = \frac{100}{0{,}6694...^2} \approx 223$$

Dus $N = 223 \cdot 0{,}669^t$.

Bladzijde 47

71 **a** De grafieken van B en C zijn rechte lijnen, dus bij de planten B en C is sprake van exponentiële groei.
Stel $L_B = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 5 \text{ en } L_B = 80 \\ t = 30 \text{ en } L_B = 300 \end{array}\right\} g_{25\text{ dagen}} = \frac{300}{80} = 3{,}75$$

$$g_{\text{dag}} = 3{,}75^{\frac{1}{25}} = 1{,}054...$$

$$\left.\begin{array}{l} L_B = b \cdot 1{,}054...^t \\ t = 5 \text{ en } L_B = 80 \end{array}\right\} b \cdot 1{,}054...^5 = 80$$

$$b = \frac{80}{1{,}054...^5} \approx 61$$

Dus $L_B = 61 \cdot 1{,}05^t$.
Stel $L_C = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 5 \text{ en } L_C = 40 \\ t = 25 \text{ en } L_C = 300 \end{array}\right\} g_{20\text{ dagen}} = \frac{300}{40} = 7{,}5$$

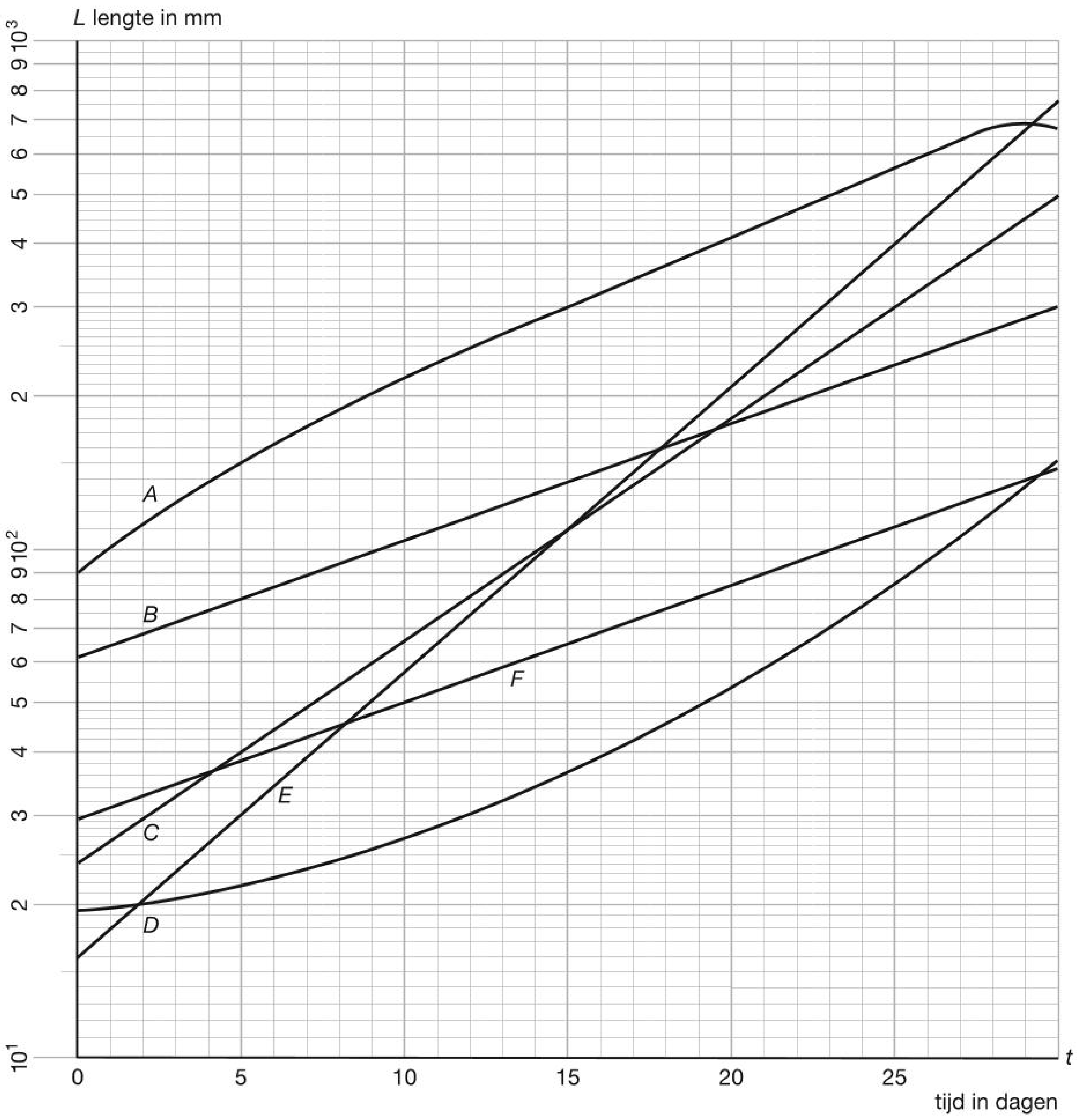
$$g_{\text{dag}} = 7{,}5^{\frac{1}{20}} = 1{,}105...$$

$$\left.\begin{array}{l} L_C = b \cdot 1{,}105...^t \\ t = 5 \text{ en } L_C = 40 \end{array}\right\} b \cdot 1{,}105...^5 = 40$$

$$b = \frac{40}{1{,}105...^5} \approx 24$$

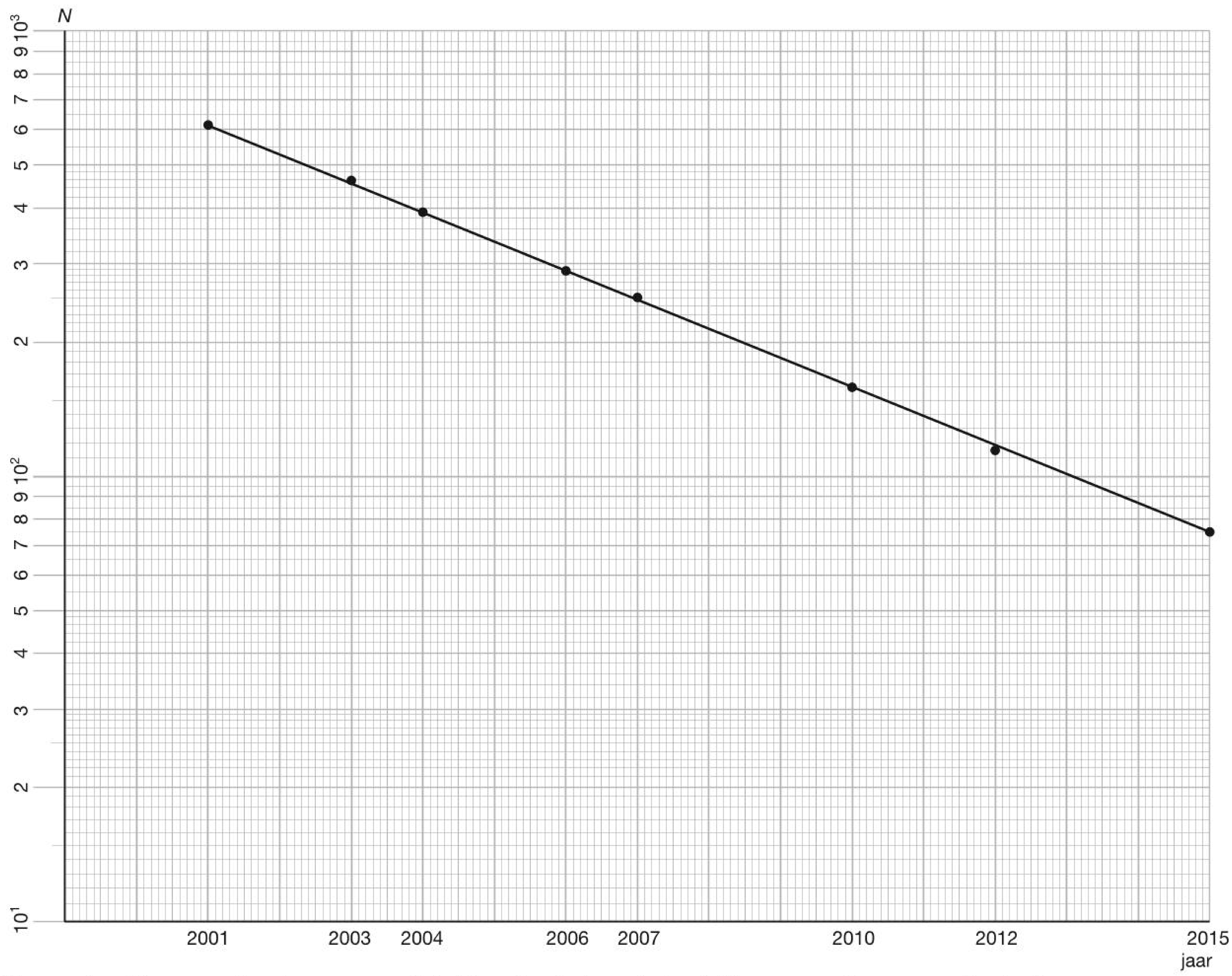
Dus $L_C = 24 \cdot 1{,}11^t$.

b, c



c De lijn *F* gaat door (10, 50) en is evenwijdig met de grafiek van *B*.

72 a



De punten liggen vrijwel op een rechte lijn, dus het aantal patrijzen neemt exponentieel af.

b $N = b \cdot g^t$

$\left.\begin{array}{l} t = 1 \text{ en } N = 610 \\ t = 15 \text{ en } N = 75 \end{array}\right\} g_{14\text{ dagen}} = \dfrac{75}{610}$

$g_{\text{dag}} = \left(\dfrac{75}{610}\right)^{\frac{1}{14}} = 0{,}8609...$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}8609...^t \\ t = 1 \text{ en } N = 610 \end{array}\right\} b \cdot 0{,}8609...^1 = 610$

$b = \dfrac{610}{0{,}8609...} \approx 709$

Dus $N = 710 \cdot 0{,}861^t$.

73 **a** De tijdsduur tussen de genoemde jaren is niet steeds even groot. De quotiënten geven dan groeifactoren bij verschillende perioden en je kunt dus niet (direct) zien of de groeifactoren voor een vaste periode gelijk zijn.

b $\left(\dfrac{455}{610}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0{,}864$ $\quad \dfrac{390}{455} \approx 0{,}857$ $\quad \left(\dfrac{290}{390}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0{,}862$ $\quad \dfrac{250}{290} \approx 0{,}862$

$\left(\dfrac{160}{250}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}862$ $\quad \left(\dfrac{115}{160}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0{,}848$ $\quad \left(\dfrac{75}{115}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}867$

De groeifactoren per jaar zijn steeds bij benadering gelijk, er is dus sprake van exponentiële groei.

Bladzijde 48

74 Lees in de figuur de punten (1980, 40 000) en (2000, 40 000 000) af.

$g_{20\text{ jaar}} = \dfrac{40\,000\,000}{40\,000} = 1000$, dus $g_{2\text{ jaar}} = 1000^{\frac{1}{10}} \approx 2$.

Het aantal chips verdubbelt dus inderdaad elke twee jaar.

75 **a** Bij soort A hoort gewicht 0,05 kg en populatiedichtheid 1000 per km^2.
Bij soort B hoort gewicht 500 kg en populatiedichtheid 1 per km^2.
Bij soort C hoort gewicht 4 kg en populatiedichtheid 70 per km^2.

b Lees met behulp van de rode lijn af dat bij 1 kg een populatiedichtheid van 100 per km^2 hoort.

c 150 bavianen op 25 km^2 geeft populatiedichtheid $\dfrac{150}{25} = 6$ per km^2.
Lees met behulp van de rode lijn af dat hierbij een gewicht van circa 50 kg hoort.

9

Diagnostische toets

Bladzijde 50

1 **a** $\dfrac{20-16}{11-5{,}2} = 1{,}45$ $\quad \dfrac{28-20}{22{,}6-11} = 1{,}45$ $\quad \dfrac{40-28}{40-22{,}6} = 1{,}45$

Dus bij de tabel hoort een lineair verband met $a = 1{,}45$.

$\left.\begin{array}{l} N_1 = 1{,}45t + b \\ t = 20 \text{ en } N = 11 \end{array}\right\} 1{,}45 \cdot 20 + b = 11$

$29 + b = 11$

$b = -18$

Dus $N_1 = 1{,}45t - 18$.

b $\dfrac{461}{720} \approx 0{,}64$ $\quad \dfrac{295}{461} \approx 0{,}64$ $\quad \dfrac{189}{295} \approx 0{,}64$ $\quad \dfrac{121}{189} \approx 0{,}64$

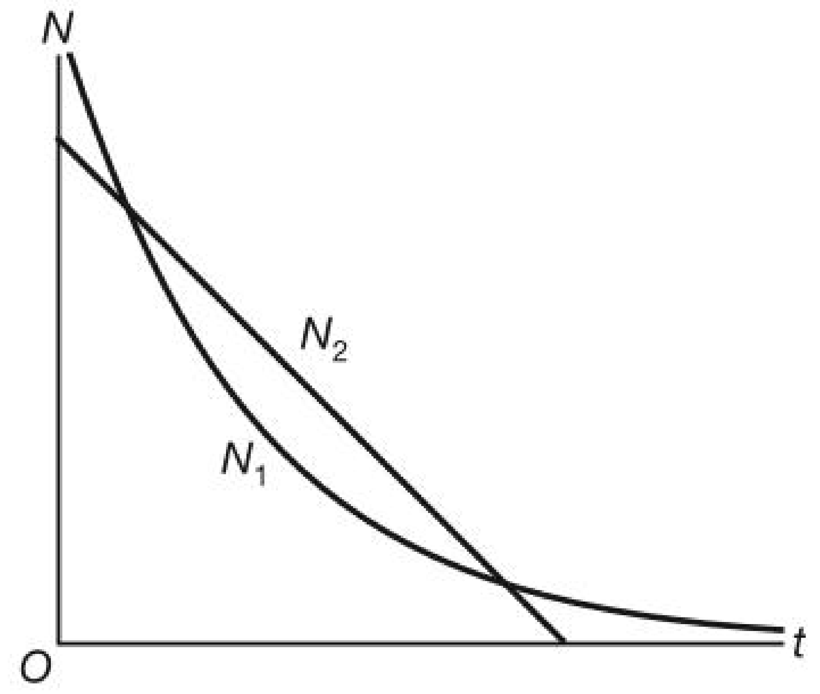
De quotiënten zijn steeds vrijwel gelijk, dus er is sprake van exponentiële groei.
$N_2 = b \cdot g^t$ met $b = 720$ en $g = 0{,}64$ geeft $N_2 = 720 \cdot 0{,}64^t$.

2 **a** $H = b \cdot g^t$ met $b = 20$ en $g = 1{,}07$ geeft $H = 20 \cdot 1{,}07^t$.

b $t = 8$ geeft $H = 20 \cdot 1{,}07^8 \approx 34$ cm.

c Los op $20 \cdot 1{,}07^t = 55$.
Voer in $y_1 = 20 \cdot 1{,}07^x$ en $y_2 = 55$.
Intersect geeft $x = 14{,}95...$
Dus op 15 mei.

3 **a** Voer in $y_1 = 200 \cdot 0{,}85^x$ en $y_2 = 150 - 10x$.



b Intersect geeft $x \approx 12{,}3$ en $x \approx 3{,}3$.
Dus $N_1 = N_2$ voor $t = 12{,}3$ en $t = 3{,}3$.

c Voer in $y_2 = 25$.
Intersect geeft $x \approx 12{,}8$.
Dus vanaf $t = 13$ is N_1 kleiner dan 25.

4 **a** $g_{\text{dag}} = 1{,}36$
$g_{\text{week}} = 1{,}36^7 \approx 8{,}61$
Het groeipercentage per week is dus 761%.

b $g_{\text{dag}} = 1{,}36$
$g_{\text{uur}} = (1{,}36)^{\frac{1}{24}} \approx 1{,}013$
Het groeipercentage per uur is dus 1,3%.

5 **a** $g_{10\text{ jaar}} = 0{,}75$
$g_{\text{jaar}} = (0{,}75)^{\frac{1}{10}} \approx 0{,}972$
De procentuele afname per jaar is 2,9%.

b $g_{10\text{ jaar}} = 0{,}75$
$g_{25\text{ jaar}} = 0{,}75^{2,5} \approx 0{,}487$
De procentuele afname per 25 jaar is 51,3%.

6 **a** $g_{\text{jaar}} = 1{,}10$, dus los op $1{,}10^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}1^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x = 7{,}27...$
De verdubbelingstijd is $7{,}27... \cdot 12 \approx 87$ maanden.

b $g_{\text{week}} = 0{,}8$, dus los op $0{,}8^t = 0{,}5$.
Voer in $y_1 = 0{,}8^x$ en $y_2 = 0{,}5$.
Intersect geeft $x = 3{,}10...$
De halveringstijd is $3{,}10... \cdot 7 \approx 22$ dagen.

c $g_{\text{jaar}} = 2$, dus $g_{\text{maand}} = 2^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}059$
Het groeipercentage per maand is 5,9%.

7 Los op $1{,}046^6 \cdot g^6 = 1{,}557$.
Voer in $y_1 = 1{,}046^6 \cdot x^6$ en $y_2 = 1{,}557$.
Intersect geeft $x \approx 1{,}069$.
Het jaarlijkse toenamepercentage was dus 6,9%.

Bladzijde 51

8

start		na jaar 1		na jaar 2		na jaar 3
40	$\times 0{,}42$	16,8	?	…	$\times 0{,}25$	1

Uit het schema volgt dat 0,25 × ‘aantal veldmuizen na jaar 2’ = 1.

Er zijn na jaar 2 dus nog $\frac{1}{0{,}25} = 4$ op 40 veldmuizen over.

Het gevraagde percentage is gelijk aan $\frac{4}{16{,}8} \times 100\% \approx 23{,}8\%$.

9 Stel $N = b \cdot g^t$.

$g_{3\text{ tijdseenheden}} = \dfrac{1200}{1500} = 0{,}8$, dus $g_{1\text{ tijdseenheid}} = 0{,}8^{\frac{1}{3}} = 0{,}9283...$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}9283...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1500 \end{array}\right\} b \cdot 0{,}9283...^4 = 1500$$
$$b = \frac{1500}{0{,}9283...^4} \approx 2020$$

Dus $N = 2020 \cdot 0{,}928^t$.

10 **a** Bedenk dat bij een glasplaat van 0 mm dikte 100% van het licht doordringt.
$g_{7\text{ mm}} = 0{,}295$, dus $g_{\text{mm}} = 0{,}295^{\frac{1}{7}} \approx 0{,}840$
$P = b \cdot g^d$ met $b = 100$ en $g = 0{,}840$ geeft $P = 100 \cdot 0{,}840^d$.

b Als het glas 97% van het licht absorbeert, laat het 3% van het licht door.
Los op $100 \cdot 0{,}840^d = 3$.
Voer in $y_1 = 100 \cdot 0{,}840^x$ en $y_2 = 3$.
Intersect geeft $x \approx 20$.
Het gaat dus om een glasplaat met een dikte van 20 mm.

11 **a** Als t heel groot is, is $0{,}74^t \approx 0$. Dan is $9 \cdot 0{,}74^t \approx 0$ en $1 + 9 \cdot 0{,}74^t \approx 1$. Dus dan is $A \approx \dfrac{1500}{1} = 1500$.
Het verzadigingsniveau is 1500 vissen.

b Als t toeneemt, dan neemt $0{,}74^t$ af. Dus ook $1 + 9 \cdot 0{,}74^t$ neemt af, dus $\dfrac{1500}{1 + 9 \cdot 0{,}74^t}$ neemt toe.
De grafiek van A is dus stijgend.

c Een half jaar is 6 maanden.
$t = 6$ geeft $A = \dfrac{1500}{1 + 9 \cdot 0{,}74^6} \approx 605$
Na een half jaar zitten er 605 vissen in de vijver.

d Los op $\dfrac{1500}{1 + 9 \cdot 0{,}74^t} = 1250$.
Voer in $y_1 = \dfrac{1500}{1 + 9 \cdot 0{,}74^x}$ en $y_2 = 1250$.
Intersect geeft $x = 12{,}64...$
Dus na 12 maanden en $30 \cdot 12{,}64... \approx 19$ dagen.

12 **a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 8 \text{ en } N = 40 \\ t = 24 \text{ en } N = 6 \end{array}\right\} g_{16\text{ dagen}} = \frac{6}{40}$$
$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{6}{40}\right)^{\frac{1}{16}} = 0{,}8881...$$
$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}8881...^t \\ t = 8 \text{ en } N = 40 \end{array}\right\} b \cdot 0{,}8881...^8 = 40$$
$$b = \frac{40}{0{,}8881...^8} \approx 103$$

Dus $N = 103 \cdot 0{,}888^t$.

b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left.\begin{array}{l} t = 12 \text{ en } N = 20 \\ t = 24 \text{ en } N = 80 \end{array}\right\} g_{12\text{ dagen}} = \frac{80}{20} = 4$$
$$g_{\text{dag}} = 4^{\frac{1}{12}} = 1{,}1224...$$
$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1224...^t \\ t = 12 \text{ en } N = 20 \end{array}\right\} b \cdot 1{,}1224...^{12} = 20$$
$$b = \frac{20}{1{,}1224...^{12}} = 5$$

Dus $N = 5 \cdot 1{,}122^t$.