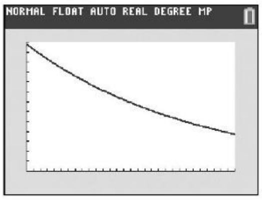
7 Veranderingen

Voorkennis Werken met formules

Bladzijde 92

1 **a** Voer in $y_1 = 1280 \cdot 0{,}96^x$.

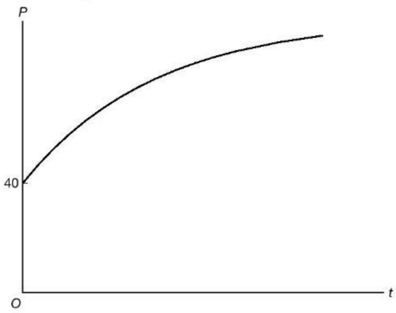


b Bij 1 januari 2012 hoort $t = 2$ en bij 1 januari 2013 hoort $t = 3$.
$t = 2$ geeft $N \approx 1180$ en $t = 3$ geeft $N \approx 1132$.
De afname is $\frac{1180 - 1132}{1180} \times 100\% \approx 4{,}1\%$.

c Uit de tabel volgt
$$\begin{aligned} t = 13 &\text{ geeft } N \approx 753 \\ t = 14 &\text{ geeft } N \approx 723 \quad -30 \\ t = 15 &\text{ geeft } N \approx 694 \quad -29 \end{aligned}$$
Dus in 2024.

Bladzijde 93

2 **a** Voer in $y_1 = 100 - 60 \cdot 0{,}92^x$.

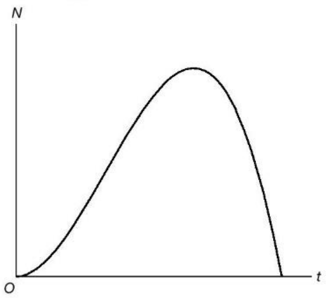


b Bij 15 april hoort $t = 14$.
$t = 14$ geeft $P \approx 81$, dus 81%.

c Bij 30 april hoort $t = 29$.
$t = 0$ geeft $P = 40$ en $t = 29$ geeft $P \approx 94{,}7$.
De toename is $\frac{94{,}7 - 40}{40} \times 100\% \approx 137\%$.

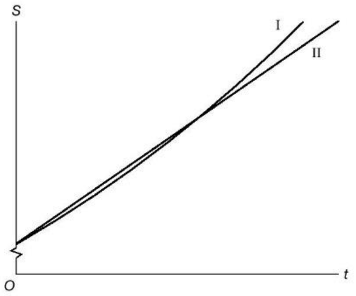
Bladzijde 94

3 **a** Voer in $y_1 = 20x^2 - 2x^3$.



b Bij 12:15 uur hoort $t = 3,25$.
$t = 3,25$ geeft $N \approx 143$, dus 143 klanten.
c De optie maximum geeft $x \approx 6,67$ en $y \approx 296$.
Op het drukste moment van de dag waren er 296 klanten.
Dat was om 15:40 uur.
d Voer in $y_2 = 250$.
Intersect geeft $x = 5$ en $x \approx 8,09$.
Dat was om 14:00 uur en om 17:05 uur.
e De optie zero (TI) of ROOT (Casio) bij y_1 geeft $x = 10$.
Dus om 19:00 uur ging het warenhuis dicht.

4 **a** Voer in $y_1 = 3000 \cdot 1,005^x$ en $y_2 = 3000 + 18x$.



b Bij mei 2015 hoort $t = 16$.
$t = 16$ geeft $S_I \approx 3249$ en $S_{II} = 3288$.
c Voer in $y_3 = 3750$.
Intersect van y_1 en y_3 geeft $x \approx 44,7$.
Bij $t = 45$ hoort oktober 2017.
d Intersect van y_1 en y_2 geeft $x \approx 71,96$.
Bij $t = 72$ hoort januari 2020.

7.1 Stijgen en dalen

Bladzijde 95

1 **a** De maximale hoogte is 30 meter.
b In de tweede minuut een stijging van $20 - 5 = 15$ meter.
De gemiddelde stijgsnelheid is $\frac{15}{60}$ m/s $= \frac{1}{4}$ m/s.
c In de zesde minuut daalde de drone het snelst.

Bladzijde 96

2 $\langle \leftarrow, -2\rangle$, $[-1, 0]$, $\langle 1, 3\rangle$, $\langle 5, \rightarrow\rangle$

3 klasse A $\langle 23, 40\rangle$
klasse B $[40, 80]$
klasse C $\langle 80, 120\rangle$

4 **a** De grafiek is stijgend op $\langle \leftarrow, 1\rangle$ en $\langle 3, 5\rangle$.
b De grafiek is dalend op $\langle 1, 3\rangle$ en $\langle 5, \rightarrow\rangle$.

Bladzijde 97

5 **a** Stijgend op $\langle 4, 8\rangle$ en op $\langle 12, 17\rangle$.
Dalend op $\langle 0, 4\rangle$, op $\langle 8, 12\rangle$ en op $\langle 17, 24\rangle$.
b Het grootst om 17 uur, het kleinst om 4 uur.
c Twee hoogste punten, door de ochtendspits en de avondspits.
d Files op $\langle 6{:}30, 9\rangle$ en op $\langle 15, 18\rangle$.
e De maximale capaciteit wordt dan $\frac{3}{2} \times 80 = 120$ auto's per minuut.
Dat is ook voor het drukste moment juist voldoende. De files zullen dus verdwijnen.

6 Bij deel I daal je steeds sneller en bij deel II daal je juist steeds langzamer.

Bladzijde 98

7 **a** Toenemend stijgend op $\langle 2, 4\rangle$ en op $\langle 8, 10\rangle$.
Afnemend stijgend op $\langle 4, 5\rangle$ en op $\langle 10, 12\rangle$.
b Afnemend dalend op $\langle 0, 2\rangle$ en op $\langle 7, 8\rangle$.
Toenemend dalend op $\langle 5, 7\rangle$.

Bladzijde 99

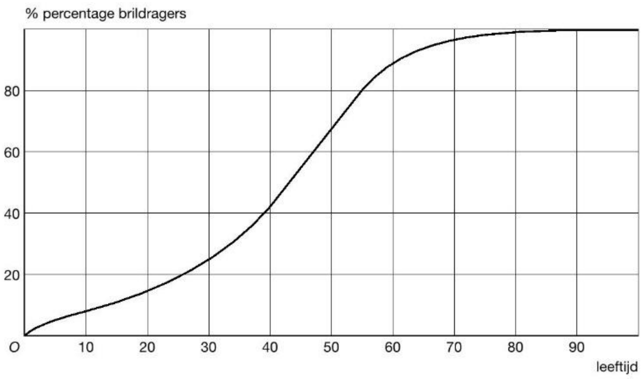
8 **a** Constant stijgend op $\langle 0, 3\rangle$.
Afnemend stijgend op $\langle 3, 4\rangle$.
Toenemend dalend op $\langle 4, 5\rangle$.
Afnemend dalend op $\langle 5, 7\rangle$.
Toenemend stijgend op $\langle 7, 10\rangle$.
b Bij de steilste klim is de snelheid het laagst. Dus na 7 minuten.

9 **a** Bij Welsh is er voortdurend een afnemende daling.
Bij Mapudungum is er vóór 1975 een toenemende daling, na 1975 is de daling afnemend.
b In 1925 spreekt nog 35% van de bevolking van Wales de taal Welsh. Dus na 25 jaar.
In 1975 spreekt nog 35% van het Mapuche volk het Mapudungum. Dus na 75 jaar.

10 Bij a hoort III, bij b hoort IV, bij c hoort II en bij d hoort I.

Bladzijde 100

11 **a**



b Aflezen uit de grafiek geeft voor de 30-jarigen ongeveer 24%.
c Gebruik de gegevens op 40-jarige leeftijd is 42% brildragend
op 55-jarige leeftijd is 80% brildragend.

leeftijd-toename = 1 geeft percentage-toename $\frac{38}{15}$ en

leeftijd-toename = 10 geeft percentage-toename $10 \cdot \frac{38}{15}$.

Dus het percentage is $42 + 10 \cdot \frac{38}{15} \approx 67\%$.

Op 50-jarige leeftijd is 67% brildragend.

12 **a** De grafiek is stijgend op $\langle 2, 4\rangle$ en op $\langle 6, 7\rangle$.
b De grafiek is dalend op $\langle 1, 2\rangle$ en op $\langle 4, 6\rangle$.
c Bij de punten A, C en E is een maximum.
Bij het punt C is het maximum absoluut.
Dit absolute maximum is 40.
d Bij de punten B en D is een minimum.
e Het absolute minimum is 10.

7

Bladzijde 101

13 **a** De grafiek heeft 11 toppen.
b Er zijn 6 maxima.
Om 8 uur is het maximum 6,25 mmol/L.
Om 11 uur is het maximum 5 mmol/L.
Om 14 uur is het maximum 6 mmol/L.
Om 16 uur is het maximum 5,5 mmol/L.
Om 19 uur is het maximum 6,5 mmol/L.
Om 21 uur is het maximum 5,75 mmol/L.
c Het absolute maximum is 6,5 mmol/L.
Het absolute minimum is 4,25 mmol/L.
d Het minimum om 15 uur is 4,75 mmol/L en het maximum om 19 uur is 6,5 mmol/L.
Het maximum is $\frac{6{,}5 - 4{,}75}{4{,}75} \times 100\% \approx 36{,}8\%$ meer dan het minimum.
e Ontbijt om 7 uur, een hapje om 9 uur, lunch om 13 uur, een hapje om 15 uur, diner om 18 uur en een hapje om 20 uur.

7.2 Toenamediagrammen

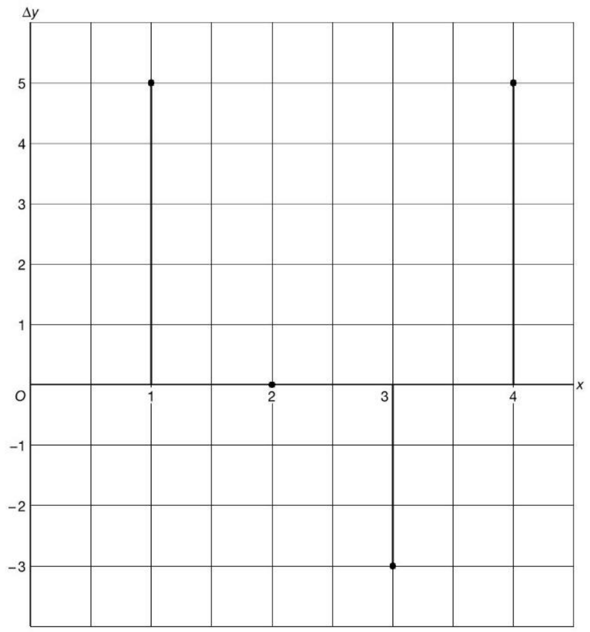
Bladzijde 103

14 **a** 480 000 + 10 000 + 20 000 = 510 000
b 510 000 + 35 000 + 10 000 = 555 000, dus de omzet was € 550 000.
c 550 000 + 5000 − 25 000 − 15 000 − 25 000 = 495 000, dus de omzet was € 495 000.
d In het tweede, derde en vierde kwartaal van 2013.
e In het derde kwartaal van 2012 was de toename het grootst.
De omzet was toen 480 000 + 10 000 + 20 000 + 35 000 = 545 000 euro en dat is minder dan in het vierde kwartaal van 2012. Zie vraag b.

Bladzijde 104

15

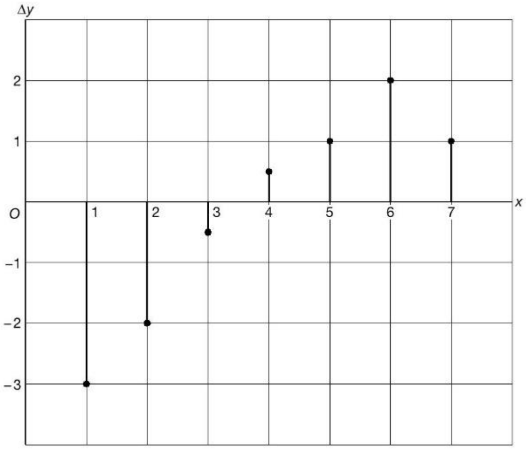
interval	Δy
[0, 1]	5
[1, 2]	0
[2, 3]	−3
[3, 4]	5



Bladzijde 105

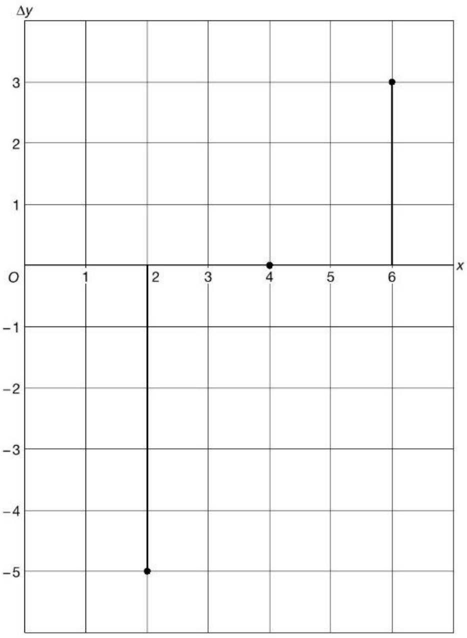
16 **a**

interval	Δy
[0, 1]	−3
[1, 2]	−2
[2, 3]	$-\frac{1}{2}$
[3, 4]	$\frac{1}{2}$
[4, 5]	1
[5, 6]	2
[6, 7]	1



b

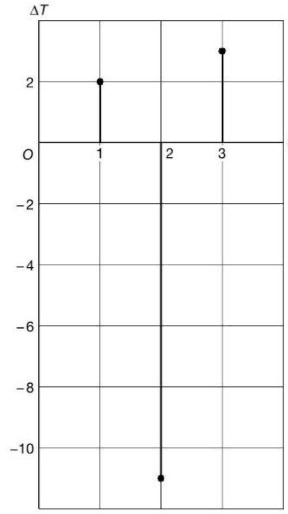
interval	Δy
[0, 2]	−5
[2, 4]	0
[4, 6]	3



7

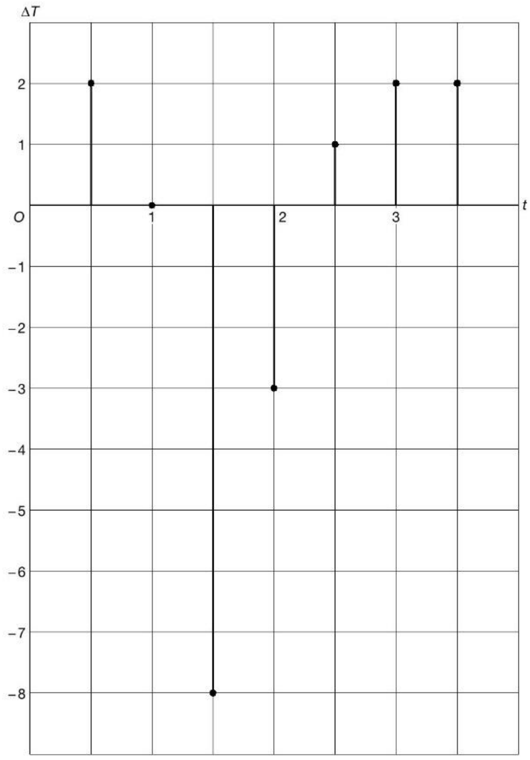
c

interval	ΔT
[0, 1]	2
[1, 2]	−11
[2, 3]	3



d

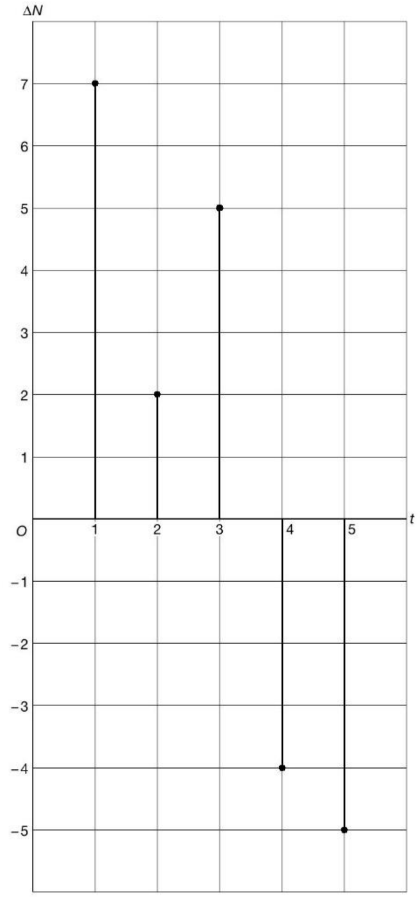
interval	ΔT
[0; 0,5]	2
[0,5; 1]	0
[1; 1,5]	−8
[1,5; 2]	−3
[2; 2,5]	1
[2,5; 3]	2
[3; 3,5]	2



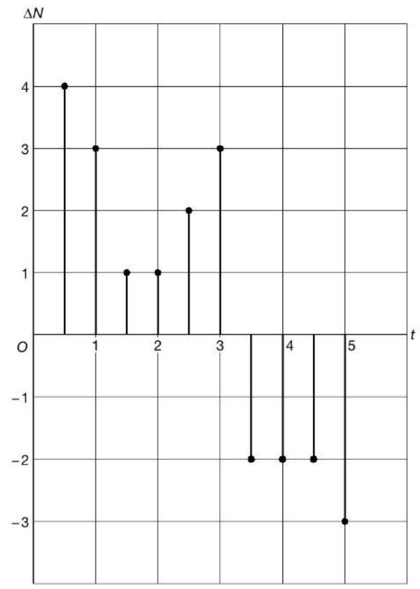
7

17 **a**

interval	ΔN
[0, 1]	7
[1, 2]	2
[2, 3]	5
[3, 4]	−4
[4, 5]	−5

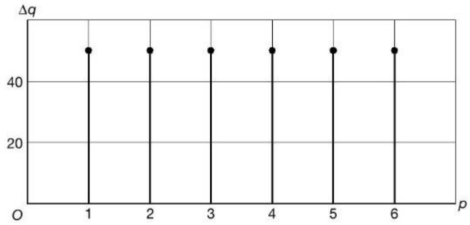


b Verdeel de toename 7 op [0, 1] in twee toenamen van bijvoorbeeld 3 en 4, enzovoort.



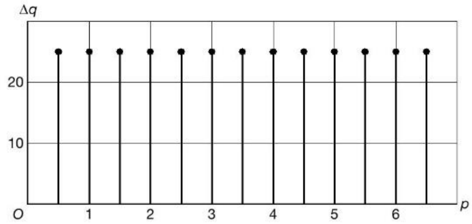
18 a

interval	Δq
[0, 1]	50
[1, 2]	50
[2, 3]	50
[3, 4]	50
enz.	



b

interval	Δq
[0; 0,5]	25
[0,5; 1]	25
[1; 1,5]	25
[1,5; 2]	25
enz.	

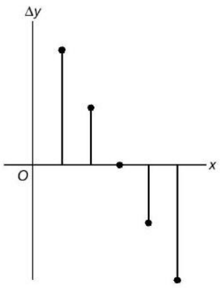


c De staafjes zijn allemaal even hoog.
d De staafjes hebben allemaal lengte nul.

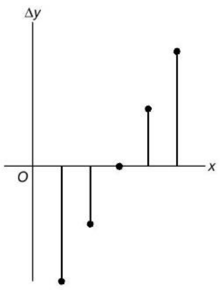
Bladzijde 106

19 I constant dalend
II afnemend stijgend
III afnemend dalend
IV toenemend dalend

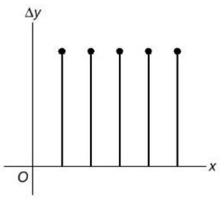
20 a



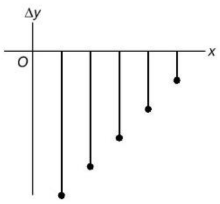
b



c



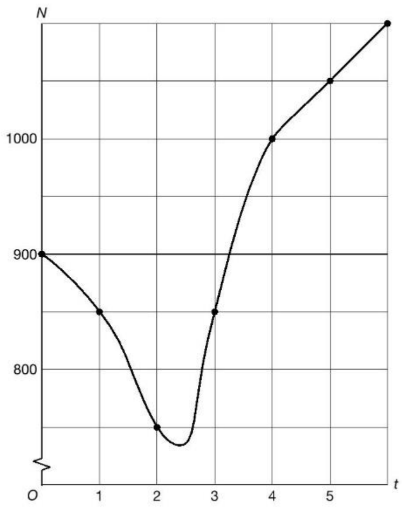
d



21 a Omdat $t = 0$ op 1 januari 2009 is het jaar 2011 tussen $t = 2$ en $t = 3$.
Omdat op [2, 3] geldt $\Delta N = {}^{-}42$ waren er in 2011 dus $88 - 42 = 46$ vorstdagen.
b In 2012 waren er $46 + 4 = 50$ vorstdagen en in 2013 waren er $50 + 14 = 64$ vorstdagen.
c In 2010 waren er 32 vorstdagen meer dan in 2009, dus in 2009 waren er $88 - 32 = 56$ vorstdagen.

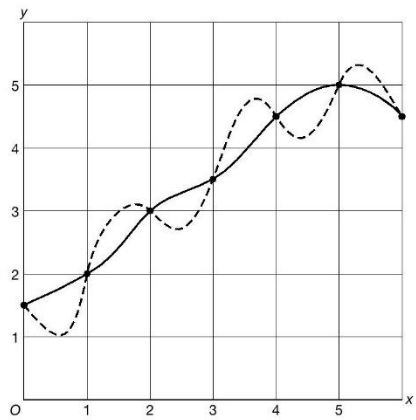
Bladzijde 107

22 Ja, dat kan. Je hebt dan bijvoorbeeld de volgende grafiek.



23 **a,b**

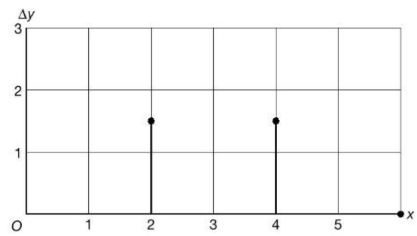
x	y	
0	1,5	
1	2	+0,5
2	3	+1
3	3,5	+0,5
4	4,5	+1
5	5	+0,5
6	4,5	−0,5



b Alleen de punten (0; 1,5), (1, 2), (2, 3), ... liggen vast.
Elke grafiek door deze punten is mogelijk.

c

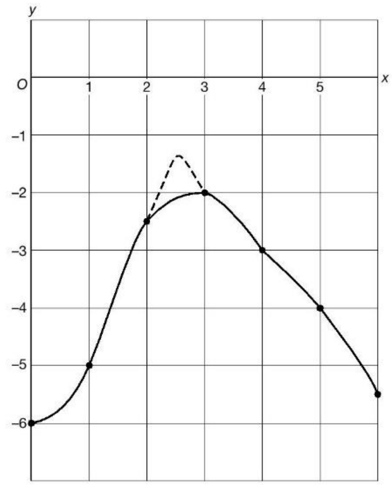
interval	Δy
[0, 2]	1,5
[2, 4]	1,5
[4, 6]	0



Bladzijde 108

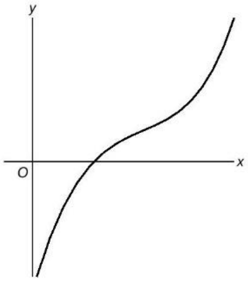
24 **a**

x	y	
0	−6	
1	−5	+1
2	−2,5	−2,5
3	−2	+0,5
4	−3	−1
5	−4	−1
6	−5,5	−1,5

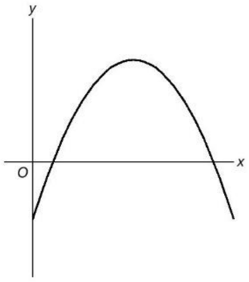


b Dit maximum kan optreden bij $x = 2{,}5$. Zie het gestippelde stuk in de grafiek van vraag a.
Het maximum kan niet optreden bij $x = 1{,}5$, want er is al een maximum tussen $x = 2$ en $x = 4$ en er is gegeven dat er maar één maximum is.

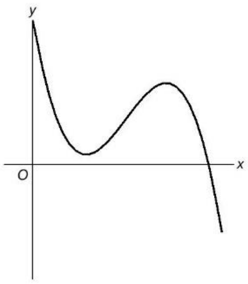
25 **a**



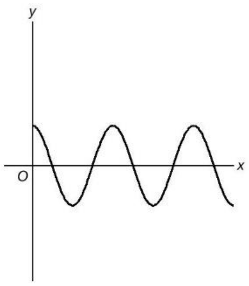
b



c

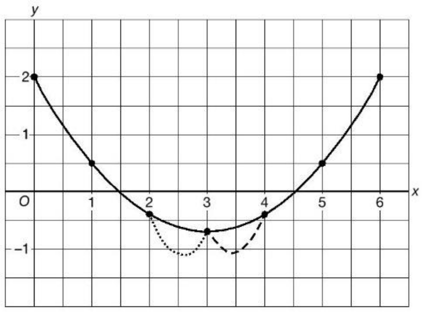


d



26

x	y	
0	2	
1	0,5	−1,5
2	−0,4	−0,9
3	−0,7	−0,3
4	−0,4	+0,3
5	0,5	+0,9
6	2	+1,5



In de getekende grafiek treedt het minimum op bij $x = 3$.
Verder zijn twee mogelijke grafieken getekend: één met het minimum op $\langle 2, 3 \rangle$ en één met het minimum op $\langle 3, 4 \rangle$.
Het minimum kan optreden op $\langle 2, 4 \rangle$.

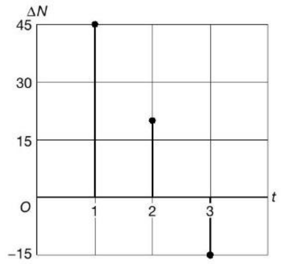
27 **a** Om 17:00 uur stonden er $110 - 10 - 35 = 65$ fietsen.
Om 9:00 uur stonden er $110 - 25 - 15 + 15 - 40 + 40 + 20 = 105$ fietsen.
b Tussen 10 en 11 uur is er netto een afname van 40.
Als 30 personen een fiets hebben neergezet, zijn er dus 70 fietsen meegenomen.

Bladzijde 109

28 **a** Op 16 maart om 0:00 uur is de olieprijs $101{,}50 + 0{,}50 - 1 = 101$ dollar per vat.
De tanker bevat $\frac{210\,000\,000}{127{,}2} \approx 1\,650\,943$ vaten olie.
De totale waarde is $1\,650\,943 \cdot 101 \approx 166{,}7$ miljoen dollar.
b Het grootste prijsverschil is $1{,}25 + 0{,}75 = 2$ dollar per vat.
Dus het gevraagde verschil is $1\,650\,943 \cdot 2 \approx 3{,}3$ miljoen dollar.

29

jaar	t	N	ΔN
2011	0	30	–
2012	1	75	45
2013	2	95	20
2014	3	80	−15



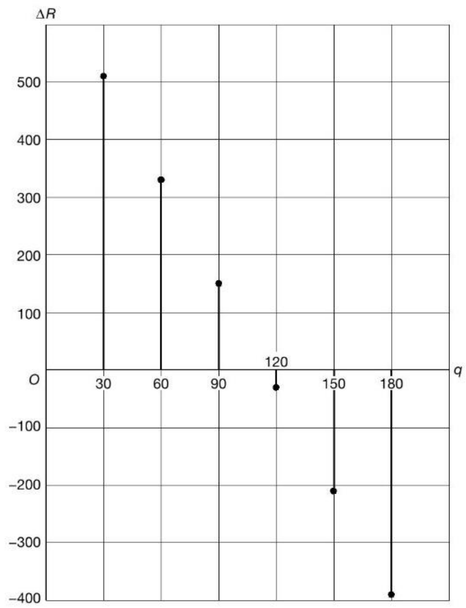
30 Stel er zitten om 15:00 uur x mensen op het terras.
Er geldt dan bijvoorbeeld dat $x - 20 > 0$, dus $x > 20$.
En $x - 20 + 10 - 30 > 0$, dus $x > 40$.
En $x - 20 + 10 - 30 + 10 + 30 - 30 - 10 > 0$, dus $x > 40$.
Er zaten dus om 15:00 uur minstens 40 mensen op het terras.

Bladzijde 110

31 **a**

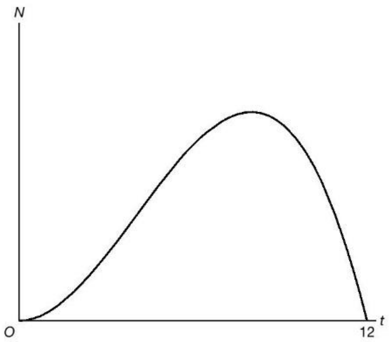
q	R	ΔR
0	0	–
30	510	510
60	840	330
90	990	150
120	960	−30
150	750	−210
180	360	−390

b



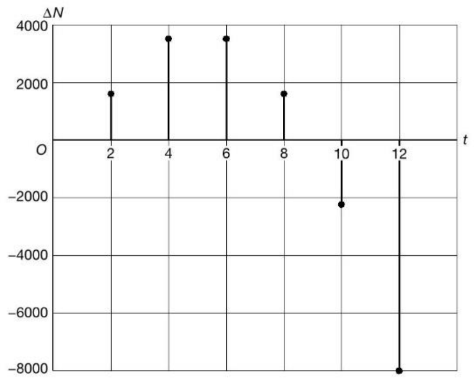
Bladzijde 112

32 **a** Voer in $y_1 = 480x^2 - 40x^3$.
Uit de gegevens volgt dat Xmin = 0 en Xmax = 12.

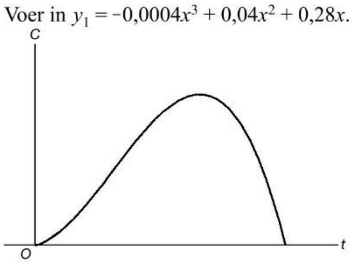


b Toenemend stijgend, afnemend stijgend en toenemend dalend.
c Bij 12:50 uur hoort $t = 3\frac{5}{6}$.
$t = 3\frac{5}{6}$ geeft $N \approx 4800$
Dus 4800 personen.
d $t = 1$ geeft $N = 440$.
$t = 2$ geeft $N = 1600$.
$\frac{1600 - 440}{440} \times 100\% \approx 263{,}\%$, dus 264% meer.
e De optie maximum geeft $x = 8$ en $y = 10\,240$.
Dus om 17:00 uur is het het drukst.
f Voer in $y_2 = 8000$.
Intersect geeft $x = 5{,}582...$ en $x = 10$.
$0{,}582... \cdot 60 \approx 35$
Het kan dus 14:35 uur of 19:00 uur zijn.
g

t	N	ΔN
0	0	–
2	1600	1600
4	5120	3520
6	8640	3520
8	10 240	1600
10	8000	−2240
12	0	−8000



33 **a** Voer in $y_1 = -0{,}0004x^3 + 0{,}04x^2 + 0{,}28x$.



b De optie maximum geeft $x = 70$ en $y = 78{,}4$.
Na 70 minuten is de concentratie maximaal.
De maximale concentratie is 78,4 mg/liter.

c Voer in $y_2 = 25$.
Intersect geeft $x \approx 100{,}8$.
Dus na 100 minuten.

d Toenamediagram II, want dit laat achtereenvolgens de toenemende stijging, de afnemende stijging en de toenemende daling zien.

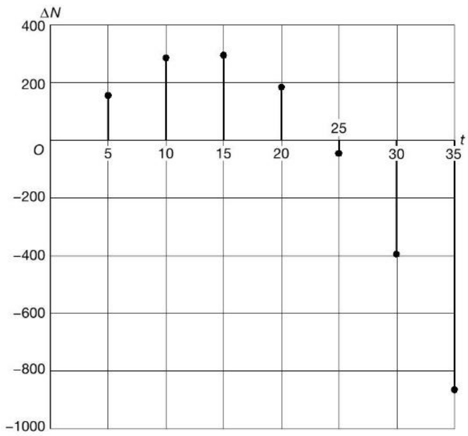
34 **a** Voer in $y_1 = -0{,}16x^3 + 5x^2 + 10x + 500$.
De optie maximum geeft $x \approx 21{,}8$ en $y \approx 1436{,}6$.
Er zijn maximaal 1437 grieppatiënten.
Dit maximum wordt bereikt op 22 maart.

b Voer in $y_2 = 1000$.
Intersect geeft $x \approx 11$ en $x \approx 30$.
Dus in het tijdsinterval [11, 30].

c $t = 7$ geeft $N \approx 760$
$t = 14$ geeft $N \approx 1181$
$\frac{1181 - 760}{760} \times 100\% \approx 55{,}4\%$, dus de toename is 55,4%.

d

t	N	ΔN
0	500	–
5	655	155
10	940	285
15	1235	295
20	1420	185
25	1375	−45
30	980	−395
35	115	−865



7.3 Differentiequotiënten

Bladzijde 114

35 De toenamen ΔN worden steeds kleiner in de tabel.
De perioden zijn niet even lang. Zo is de eerste periode 100 jaar, daar heb je een gemiddelde toename van $\frac{5{,}8}{100} = 0{,}058$ miljoen per jaar. De gemiddelde toename in de tweede periode is $\frac{4{,}2}{30} = 0{,}14$ miljoen per jaar en dat is groter dan 0,058 miljoen per jaar.

36 **a** In de periode 1980 - 1987 neemt N met $5{,}59 - 4{,}85 = 0{,}74$ toe.
Hier is $\Delta t = 1987 - 1980 = 7$ en $\Delta N = 0{,}74$.
De gemiddelde toename is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{0{,}74}{7} \approx 0{,}106$ miljoen per jaar.

b

periode	Δt	ΔN	$\frac{\Delta N}{\Delta t}$
1920 - 1947	27	0,75	0,028
1947 - 1964	17	1,03	0,061
1964 - 1970	6	0,60	0,100
1970 - 1980	10	1,10	0,110
1980 - 1987	7	0,74	0,106
1987 - 1995	8	0,71	0,089
1995 - 2000	5	0,29	0,058
2000 - 2014	14	0,78	0,056

c De gemiddelde toename is het grootst in de periode 1970 - 1980.
d De woningvoorraad nam steeds toe, maar de sterkste toename was in de periode tussen 1964 en 1987.

Bladzijde 115

37 **a** Op [0, 10] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{2250 - 250}{10 - 0} = \frac{2000}{10} = 200$.
De gemiddelde toename gedurende de eerste tien dagen is 200 vliegjes per dag.
b Op [2, 8] loopt de grafiek steiler dan op [10, 14].
c Het grootst op [4, 8], het kleinst op [0, 4].

Bladzijde 116

38 **a** De gemiddelde verandering op [2, 5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 5}{5 - 2} = \frac{1}{3}$.
b Op [2, 6] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 5}{6 - 2} = \frac{0}{4} = 0$.
c Op [−1, 5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 2}{5 - -1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
d Bijvoorbeeld [2, 6].

39 **a** Op [1, 3] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 1}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$.
b Op [4, 6] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 6}{6 - 4} = \frac{-3}{2} = -1{,}5$.
$\frac{\Delta y}{\Delta x} < 0$, dus er is een afname.
c Op [2, 7] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 3}{7 - 2} = \frac{-1}{5} = -0{,}2$.
d Bijvoorbeeld [2, 6] of [3, 5].
e Bijvoorbeeld [0, 2] of [2, 4].

40 **a** Op elk interval is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 5$.
b Bij een lijn zijn alle differentiequotiënten gelijk.

Bladzijde 117

41 **a** Op [0, 2] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{40}{2} = 20$ euro per stuk.
Op [2, 4] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{20}{2} = 10$ euro per stuk.
Op [4, 6] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{30}{2} = 15$ euro per stuk.
b De gemiddelde verandering is het grootst op het interval [0, 2].
c

interval	$\frac{\Delta K}{\Delta q}$
[0, 1]	30
[1, 3]	10
[3, 6]	13,3
[6, 7]	50

Zie de tabel, op [6, 7] is $\frac{\Delta K}{\Delta q}$ het grootst.
d Teken de lijn door (0, 20) en (4, 80).
Deze lijn snijdt de grafiek ook in het punt (6, 110).
Dus de gevraagde q is 6.

42 Op [0, 7] is $\Delta y = 30 + 20 - 10 + 10 - 20 + 20 + 20 = 70$, dus $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{70}{7} = 10$.
Op [2, 6] is $\Delta y = -10 + 10 - 20 + 20 = 0$, dus $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$.

43 **a** $b = 5$ geeft $N = 20 - \frac{100}{5+5} = 20 - 10 = 10$

$b = 15$ geeft $N = 20 - \frac{100}{15+5} = 20 - 5 = 15$

b De gemiddelde verandering op [5, 15] is $\frac{\Delta N}{\Delta b} = \frac{5}{10} = 0{,}5$ dieren per nacht per meter.

c Op [10, 15] is $\frac{\Delta N}{\Delta b} = \frac{15 - 13\frac{1}{3}}{5} = \frac{1}{3}$.

Bladzijde 118

44 **a** Op [4, 6] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{93 - 35}{6 - 4} = \frac{58}{2} = 29$ euro per stuk.

b Op [2, 5] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{55 - 25}{5 - 2} = \frac{30}{3} = 10$ euro per stuk.

c Op [3,6; 6,1] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{98{,}021 - 30{,}696}{6{,}1 - 3{,}6} = \frac{67{,}325}{2{,}5} = 26{,}93$.
De gemiddelde toename van de kosten is € 26,93 per stuk.

45 **a** Op [3, 8] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{6400 - 1125}{8 - 3} = \frac{5275}{5} = 1055$, dus 1055 patiënten per dag.

b De tweede week is van $t = 7$ tot $t = 14$.

$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{13\,720 - 5145}{14 - 7} = \frac{8575}{7} = 1225$
De gemiddelde toename is 1225 patiënten per dag.

c Op [10, 16] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{15\,360 - 9000}{16 - 10} = \frac{6360}{6} = 1060$
De gemiddelde toename is 1060 patiënten per dag.

d Kijk waar de grafiek het steilst is.
Dat is in de buurt van $t = 9$.
Op [9, 10] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{9000 - 7695}{10 - 9} = 1305$.
Dus op [9, 10] is de gemiddelde toename 1305 patiënten per dag.
Dat is meer dan 1300, dus het klopt.

7

Diagnostische toets

Bladzijde 120

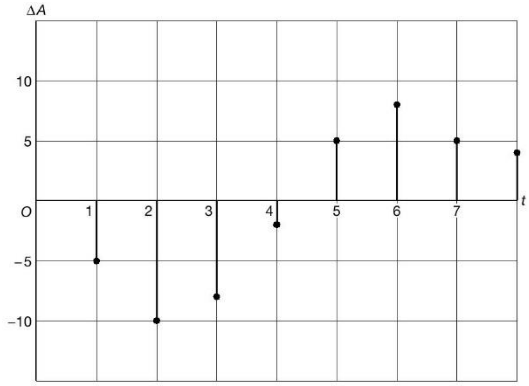
1 Toenemend stijgend op $\langle \leftarrow, -2 \rangle$.
Afnemend stijgend op $\langle -2, -1 \rangle$.
Toenemend dalend op $\langle -1, 0 \rangle$.
Afnemend dalend op $\langle 0, 1 \rangle$.
Toenemend stijgend op $\langle 1, 2 \rangle$.
Afnemend stijgend op $\langle 2, \rightarrow \rangle$.

2 **a** Afnemend stijgend op $\langle 1, 3 \rangle$ en op $\langle 5{,}5; 6 \rangle$.
Toenemend dalend op $\langle 3, 4 \rangle$ en op $\langle 6; 6{,}5 \rangle$.
Afnemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$ en op $\langle 6{,}5; 7 \rangle$.
Toenemend stijgend op $\langle 5; 5{,}5 \rangle$ en op $\langle 7, 10 \rangle$.

b Maxima in de punten B, D en F.
De maxima zijn 8, 3 en 4.

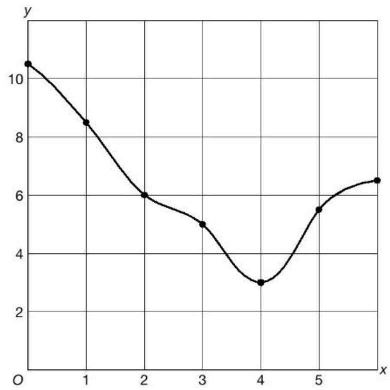
3

interval	ΔA
[0, 1]	−5
[1, 2]	−10
[2, 3]	−8
[3, 4]	−2
[4, 5]	5
[5, 6]	8
[6, 7]	5
[7, 8]	4



4

x	y	
0	10,5	
1	8,5	−2
2	6	−2,5
$\boxed{3}$	$\boxed{5}$	−1
4	3	−2
5	5,5	+2,5
6	6,5	+1

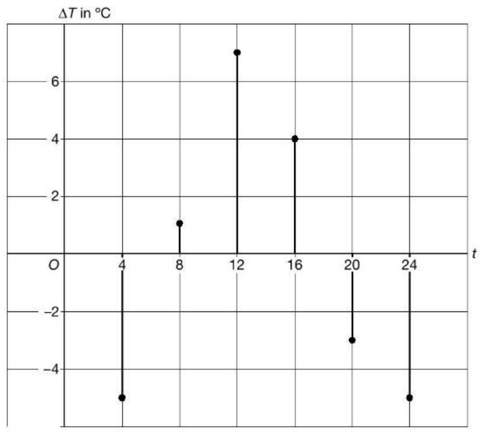


Bladzijde 121

5 **a** $10 + 3 + 4 + 2 + 2 = 21$
Om 16 uur was het 21 °C.
$10 - 2 + 1 = 9$
Om 4 uur was het 9 °C.

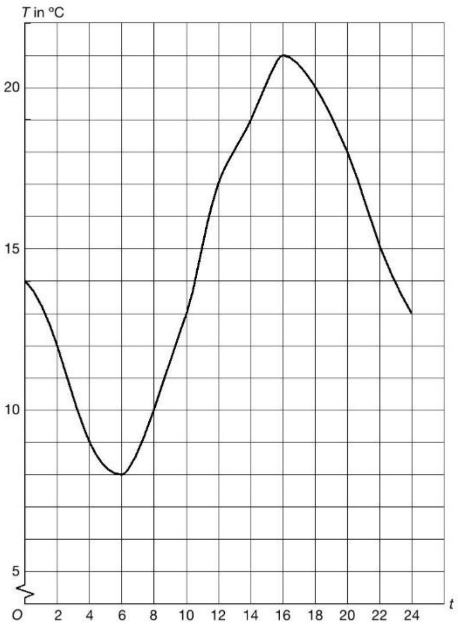
b

interval	ΔT
[0, 4]	−5
[4, 8]	1
[8, 12]	7
[12, 16]	4
[16, 20]	−3
[20, 24]	−5



c

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
T	14	12	9	8	10	13	17	19	21	20	18	15	13



6 **a** Op [0, 2] is $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{15 - 30}{2} = \frac{-15}{2} = -7\frac{1}{2}$.

Op [3, 6] is $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{18 - 7}{3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$ ($\approx 3{,}7$).

b Bijvoorbeeld [4, 5].

7 **a** Op [2, 4] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{7{,}4 - 6{,}6}{4 - 2} = 0{,}40$ euro per stuk.

Als de productie toeneemt van 2000 tot 4000 stuks, nemen de kosten gemiddeld toe met 40 cent per stuk.

b Op [0, 2] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{6{,}6 - 1}{2 - 0} = 2{,}80$ euro per stuk.

Op [0, 4] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{7{,}4 - 1}{4 - 0} = 1{,}60$ euro per stuk.

Op [0, 6] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8{,}2 - 1}{6 - 0} = 1{,}20$ euro per stuk.

Op [0, 9] is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{19{,}9 - 1}{9 - 0} = 2{,}10$ euro per stuk.

c Op [0, 6] is de gemiddelde verandering van *K* het kleinst.

8 **a** Op [5, 25] is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{1931{,}25 - -313{,}75}{25 - 5} = \frac{1345}{20} = 67{,}25$ euro per stuk.

b Op [50, 75] is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{5968{,}75 - 3500}{75 - 50} = 98{,}75$.

De gemiddelde toename is € 98,75 per stuk.

c Op [80, 88] is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{6941{,}28 - 6380}{88 - 80} = 70{,}16$.

De gemiddelde verandering is € 70,16 per stuk.